

## CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

### Ejemplos

1. Determine si el punto  $\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$  pertenece a la circunferencia trigonométrica.

#### Solución

<b>A</b>	Se verifica que se cumpla la condición $-1 \leq x \leq 1$ $-1 \leq y \leq 1$ .	$-1 \leq \frac{1}{2} \leq 1$ $-1 \leq \frac{-\sqrt{3}}{2} \leq 1$
<b>B</b>	Se verifica que se cumpla la condición $x^2 + y^2 = 1$ .	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$
<b>C</b>	Se da respuesta al problema planteado.	Por lo tanto el punto $\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ sí pertenece a la circunferencia trigonométrica.

2. Encuentre el valor de  $x$  sabiendo que el punto  $\left(x, \frac{3}{7}\right)$  pertenece a la circunferencia trigonométrica y se ubica en el II cuadrante.

#### Solución

<b>A</b>	Como el punto pertenece a la circunferencia trigonométrica debe cumplir la igualdad $x^2 + y^2 = 1$ .	$x^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^2 = 1$ $\Rightarrow x^2 + \frac{9}{49} = 1$ $\Rightarrow x^2 = \frac{40}{49}$ $\Rightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{10}}{7}$
----------	---	--

**B** Si el punto se ubica en el II cuadrante el valor de  $x$  es negativo.  $\therefore x = \frac{-2\sqrt{10}}{7}$

3. Encuentre el punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real  $\frac{-17\pi}{6}$ .

**Solución**

<b>A</b>	Se busca un ángulo de referencia.	$\frac{-17\pi}{6} = \frac{\pi}{6} - 3\pi$ $\Rightarrow \frac{\pi}{6} \text{ es un ángulo de referencia.}$
<b>B</b>	Se calculan los valores de seno y coseno para el ángulo de referencia.	$\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ $\text{cos}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
<b>C</b>	Como se ubica en el III cuadrante se tiene que seno y coseno son negativos.	$\text{sen}\left(\frac{-17\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2}$ $\text{cos}\left(\frac{-17\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$
<b>D</b>	Se da respuesta al problema planteado.	El punto correspondiente es $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ .

4. Determine cuáles de los siguientes números reales corresponden a puntos en la circunferencia trigonométrica ubicados en el III cuadrante:

- a)  $\frac{-19\pi}{4}$
- b)  $\frac{31\pi}{6}$
- c)  $\frac{22\pi}{3}$

- d)  $\frac{53\pi}{6}$   
 e)  $\frac{-23\pi}{3}$

**Solución**

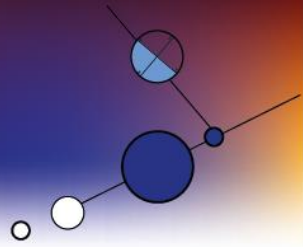
<b>A</b>	Se analiza $\frac{-19\pi}{4}$ .	$\frac{-19\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 5\pi$ Pertenece al III cuadrante.
<b>B</b>	Se analiza $\frac{31\pi}{6}$ .	$\frac{31\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 5\pi$ Pertenece al III cuadrante.
<b>C</b>	Se analiza $\frac{22\pi}{3}$ .	$\frac{22\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 7\pi$ Pertenece al III cuadrante.
<b>D</b>	Se analiza $\frac{53\pi}{6}$ .	$\frac{53\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} + 9\pi$ No pertenece al III cuadrante, está ubicado en el II.
<b>E</b>	Se analiza $\frac{-23\pi}{3}$ .	$\frac{-23\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 8\pi$ No pertenece al III cuadrante, está ubicado en el I.

5. Asocie cada número real con su correspondiente punto asociado en la circunferencia trigonométrica escribiendo la letra respectiva dentro del paréntesis.

<b>A</b>	$\frac{-21\pi}{2}$	( ) (0,1)
<b>B</b>	$\frac{17\pi}{2}$	( ) (0,-1)
<b>C</b>	$\frac{34\pi}{2}$	( ) (1,0)
<b>D</b>	$\frac{-36\pi}{2}$	( ) (-1,0)

**Solución**

<b>A</b>	$\frac{-21\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 11\pi$	(B) (0,1)
<b>B</b>	$\frac{17\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 8\pi$	(A) (0,-1)
<b>C</b>	$\frac{34\pi}{2} = 17\pi = \pi + 16\pi$	(D) (1,0)
<b>D</b>	$\frac{-36\pi}{2} = -18\pi = 2\pi - 20\pi$	(C) (-1,0)



## Ejercicios

- Determine las coordenadas del punto P de la circunferencia trigonométrica asociado al número real  $\frac{-37\pi}{6}$ .
- Asocie cada número real con su punto correspondiente en la circunferencia trigonométrica, escribiendo la letra respectiva dentro del paréntesis.

<b>A</b>	$\frac{16\pi}{3}$	$( \quad ) \left( \frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2} \right)$
<b>B</b>	$\frac{-19\pi}{6}$	$( \quad ) \left( \frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2} \right)$
<b>C</b>	$\frac{21\pi}{4}$	$( \quad ) \left( \frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$
<b>D</b>	$\frac{-31\pi}{3}$	$( \quad ) \left( \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2} \right)$
<b>E</b>	$\frac{47\pi}{6}$	$( \quad ) \left( \frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2} \right)$

- Determine cuáles de los siguientes puntos pertenecen a la circunferencia trigonométrica:

- $\left( \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$
- $\left( \frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{-2}{3} \right)$
- $\left( \frac{5}{6}, \frac{\sqrt{11}}{6} \right)$
- $\left( \frac{7}{5}, \frac{-3}{7} \right)$

4. Si el punto  $\left(\frac{-1}{3}, y\right)$  pertenece a la circunferencia trigonométrica y se ubica en el III cuadrante, encuentre el valor de  $y$ .
5. Determine en cuál cuadrante se ubica el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real  $\frac{-49\pi}{3}$ .
6. Determine para cuáles de los siguientes números reales el punto asociado en la circunferencia trigonométrica tiene ambas coordenadas positivas:
- a)  $\frac{-25\pi}{4}$
  - b)  $\frac{55\pi}{3}$
  - c)  $\frac{-19\pi}{6}$
  - d)  $\frac{47\pi}{6}$

**Soluciones**

1.

<b>A</b>	Se busca un ángulo de referencia.	$\frac{-37\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} - 6\pi$ $\Rightarrow \frac{\pi}{6} \text{ es un ángulo de referencia.}$
<b>B</b>	Se calculan los valores de seno y coseno para el ángulo de referencia.	$\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ $\text{cos}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
<b>C</b>	Como se ubica en el IV cuadrante se tiene que seno es negativo.	$\text{sen}\left(\frac{-37\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2}$ $\text{cos}\left(\frac{-37\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

<b>D</b>	Se da respuesta al problema planteado.	El punto correspondiente es $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ .
----------	--	---

2.

<b>A</b>	$\frac{16\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 5\pi$	(C) $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$
<b>B</b>	$\frac{-19\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} - 3\pi$	(D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$
<b>C</b>	$\frac{21\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 5\pi$	(B) $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
<b>D</b>	$\frac{-31\pi}{3} = \frac{-\pi}{3} - 10\pi$	(E) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$
<b>E</b>	$\frac{47\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} + 8\pi$	(A) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

3.

<b>A</b>	Se analiza $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ .	<p>Se verifica la primera propiedad:  <math>-1 \leq \frac{1}{3} \leq 1</math>  <math>-1 \leq \frac{2}{3} \leq 1</math></p> <p>Se verifica la segunda propiedad:  <math>\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}</math></p> <p>No pertenece a la circunferencia trigonométrica.</p>
<b>B</b>	Se analiza $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{-2}{3}\right)$ .	Se verifica la primera propiedad:

		$-1 \leq \frac{\sqrt{5}}{3} \leq 1$ $-1 \leq \frac{-2}{3} \leq 1$ <p>Se verifica la segunda propiedad:</p> $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \left(\frac{-2}{3}\right)^2 = 1$ <p>Sí pertenece a la circunferencia trigonométrica.</p>
<b>C</b>	Se analiza $\left(\frac{5}{6}, \frac{\sqrt{11}}{6}\right)$ .	<p>Se verifica la primera propiedad:</p> $-1 \leq \frac{5}{6} \leq 1$ $-1 \leq \frac{\sqrt{11}}{6} \leq 1$ <p>Se verifica la segunda propiedad:</p> $\left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2 = 1$ <p>Sí pertenece a la circunferencia trigonométrica.</p>
<b>D</b>	Se analiza $\left(\frac{7}{5}, \frac{-3}{7}\right)$ .	<p>Se verifica la primera propiedad:</p> $\frac{7}{5} > 1$ <p>No pertenece a la circunferencia trigonométrica.</p>



4.

<b>A</b>	Como el punto pertenece a la circunferencia trigonométrica debe cumplir la igualdad $x^2 + y^2 = 1$ .	$\left(\frac{-1}{3}\right)^2 + y^2 = 1$ $\Rightarrow \frac{1}{9} + y^2 = 1$ $\Rightarrow y^2 = \frac{8}{9}$ $\Rightarrow y = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$
<b>B</b>	Si el punto se ubica en el III cuadrante el valor de $y$ es negativo.	$\therefore x = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$

5.

<b>A</b>	Se expresa el ángulo como una diferencia.	$\frac{-49\pi}{3} = \frac{-\pi}{3} - 16\pi$
<b>B</b>	La función seno es periódica con período $2\pi$ , lo cual significa que $\frac{-49\pi}{3}$ está en el mismo cuadrante que $\frac{-\pi}{3}$ .	Por lo tanto $\frac{-49\pi}{3}$ está en el IV cuadrante.

6.

<b>A</b>	Se analiza el cuadrante en el que se ubica $\frac{-25\pi}{4}$ .	$\frac{-25\pi}{4} = \frac{-\pi}{4} - 6\pi$ <p>Se ubica en el IV cuadrante.</p>
<b>B</b>	Se analiza el cuadrante en el que se ubica $\frac{55\pi}{3}$ .	$\frac{55\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 18\pi$ <p>Se ubica en el I cuadrante.</p>
<b>C</b>	Se analiza el cuadrante en el que se ubica $\frac{-19\pi}{6}$ .	$\frac{-19\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} - 3\pi$

		Se ubica en el II cuadrante.
<b>D</b>	Se analiza el cuadrante en el que se ubica $\frac{47\pi}{6}$ .	$\frac{47\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} + 8\pi$ <p>Se ubica en el IV cuadrante.</p>
<b>E</b>	Si ambas coordenadas son positivas significa que el punto debe ubicarse en el primer cuadrante.	El único número real cuyo punto asociado en la circunferencia trigonométrica tiene ambas coordenadas positivas es $\frac{55\pi}{3}$ .