CIRCUNFERENCIA INSCRITA

Ejemplos

1. La diagonal de un cuadrado mide 14 cm. Calcular la longitud de la circunferencia inscrita en ese cuadrado.

Solución

A	Se calcula la longitud del lado x del cuadrado.	$14 = x\sqrt{2}$ $\Rightarrow 7\sqrt{2} = x$
B	Se calcula la longitud del radio r de la circunferencia.	$r = \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$
C	Se calcula la longitud de la circunferencia C.	$C = 2\pi \cdot \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow C = 7\pi\sqrt{2}$
D	La longitud de la circunferencia es $7\pi\sqrt{2}\text{ cm}$.	

2. Una circunferencia con radio $2\sqrt{3}\text{ cm}$ está inscrita en un hexágono. Calcular el área del hexágono.

Solución

A	Se calcula la longitud del lado x del hexágono.	$2\sqrt{3} = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow 4 = x$
B	La apotema a del hexágono tiene la misma medida que el radio r de la circunferencia inscrita.	$r = 2\sqrt{3}$ $\Rightarrow a = 2\sqrt{3}$

C	Se calcula el área A del hexágono.	$A = \frac{6 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow A = 24\sqrt{3}$
D	El área del hexágono es $24\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.	

3. Un triángulo equilátero con perímetro $30\ \text{cm}$ de tiene inscrita una circunferencia. Calcular la longitud de la circunferencia.

Solución

A	Se calcula la longitud del lado x del triángulo.	$30 = 3x$ $\Rightarrow 10 = x$
B	Se calcula la longitud r del radio de la circunferencia.	$r = \frac{1}{3} \cdot \frac{10\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow r = \frac{5\sqrt{3}}{3}$
C	Se calcula la longitud C de la circunferencia.	$C = 2\pi \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow C = \frac{10\pi\sqrt{3}}{3}$
D	El área del cuadrado mide $\frac{10\pi\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}^2$.	

Ejercicios

1. En la columna de la izquierda de la tabla que aparece a continuación, encontrará la medida del lado de diferentes hexágonos. Usted debe asociar cada uno de estos hexágonos con la longitud del radio de la circunferencia inscrita que se encuentra en la columna de la derecha, escribiendo la letra correspondiente dentro del paréntesis que considera correcto.

A	$3\sqrt{3}$ cm	( ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm
B	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ cm	( ) $\frac{9}{2}$ cm
C	4 cm	( ) $\frac{3}{2}$ cm
D	$\sqrt{3}$ cm	( ) $2\sqrt{3}$ cm
E	1 cm	( ) $\frac{1}{2}$ cm

2. Una circunferencia está inscrita en un triángulo equilátero de lado 6 cm, y otra circunferencia está inscrita en un cuadrado de lado 3 cm. Determine cuál de las dos circunferencias tiene mayor área.

3. Calcule el área de un triángulo equilátero que tiene inscrita una circunferencia de longitud $\frac{4\pi}{3}$ cm.

Soluciones

1.

A	$r = \dfrac{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9}{2}$	(E) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ cm
B	$r = \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{2}$	(A) $\dfrac{9}{2}$ cm
C	$r = \dfrac{4\cdot\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$	(D) $\dfrac{3}{2}$ cm
D	$r = \dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3}{2}$	(C) $2\sqrt{3}$ cm
E	$r = \dfrac{1\cdot\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$	(B) $\dfrac{1}{2}$ cm

2.

A	Se calcula la longitud del radio r_1 de la circunferencia inscrita en el triángulo.	$r_1 = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{6\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow r_1 = \sqrt{3}$
B	Se calcula el área A_1 de la circunferencia inscrita en el triángulo.	$A_1 = \pi\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2$ $\Rightarrow A_1 = 3\pi$
C	Se calcula la longitud del radio r_2 de la circunferencia inscrita en el	$r_2 = 4 \div 2$ $\Rightarrow r_2 = 2$

	cuadrado.	
D	Se calcula el área A_2 de la circunferencia inscrita en el cuadrado.	$A_2 = \pi \cdot 2^2$ $\Rightarrow A_2 = 4\pi$
E	El área mayor corresponde a la circunferencia inscrita en el cuadrado.	

3.

A	Se calcula la longitud del radio r de la circunferencia inscrita.	$\frac{4\pi}{3} = 2\pi r$ $\Rightarrow \frac{2}{3} = r$
B	Se calcula la longitud x del lado del triángulo.	$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x \cdot \sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{3} = x$
C	Se calcula el área A del triángulo.	$A = \frac{\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ $\Rightarrow A = \frac{4\sqrt{3}}{3}$
D	El área del triángulo es $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm^2.	