

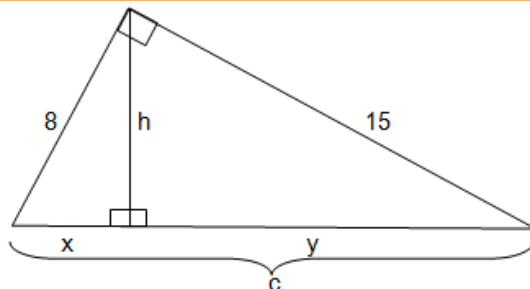


## TEOREMA DE LA ALTURA SOBRE LA HIPOTENUSA

### Ejemplos

1. Si en un triángulo rectángulo sus catetos miden 8 m y 15 m respectivamente, calcular las longitudes de:
  - a) La hipotenusa.
  - b) La proyección del cateto menor sobre la hipotenusa.
  - c) La proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa.
  - d) La altura sobre la hipotenusa.

### Solución



**A** Sea  $c$  la longitud de la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema de Pitágoras:

$$8^2 + 15^2 = c^2$$

$$\Rightarrow 289 = c^2$$

$$\Rightarrow 17 = c$$

La hipotenusa mide 17 m.

**B** Sea  $x$  la longitud de la proyección del cateto menor sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema del cateto:

$$8^2 = x \cdot 17$$

$$\Rightarrow 64 = x \cdot 17$$

$$\Rightarrow \frac{64}{17} = x$$

La proyección del cateto menor sobre la hipotenusa mide  $\frac{64}{17}$  m.

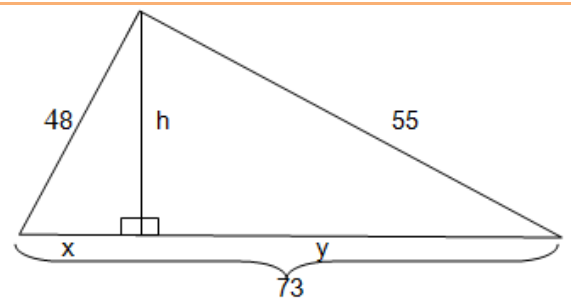
**C** Sea  $y$  la longitud de la proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema del cateto:



	$15^2 = y \cdot 17$ $\Rightarrow 225 = y \cdot 17$ $\Rightarrow \frac{225}{17} = y$ <p>La proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa mide <math>\frac{225}{17}</math> m.</p>
<b>D</b>	<p>Sea <math>h</math> la longitud de la altura sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema de la altura sobre la hipotenusa:</p> $h^2 = \frac{64}{17} \cdot \frac{225}{17}$ $\Rightarrow h^2 = \frac{14400}{289}$ $\Rightarrow h = \frac{120}{17}$ <p>La altura sobre la hipotenusa mide <math>\frac{120}{17}</math> m.</p>

2. Los lados de un triángulo rectángulo miden 48 cm, 55 cm, 73 cm respectivamente. Calcule la longitud de la altura sobre la hipotenusa.

**Solución**

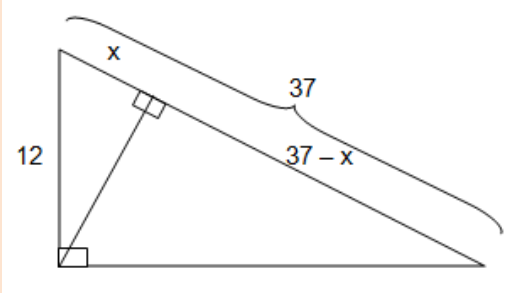
<b>A</b>	<p>Sea <math>x</math> la longitud de la proyección del cateto menor sobre la hipotenusa.          Sea <math>y</math> la longitud de la proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa.          Sea <math>h</math> la longitud de la altura sobre la hipotenusa.</p>	
<b>B</b>	Se calcula la longitud de $x$ .	$48^2 = x \cdot 73 \Rightarrow x = \frac{2304}{73}$
<b>C</b>	Se calcula la longitud de $y$ .	$55^2 = x \cdot 73 \Rightarrow x = \frac{3025}{73}$



D	Se calcula la longitud de h .	$h^2 = \frac{2304}{73} \cdot \frac{3025}{73} \Rightarrow h = \frac{2640}{73}$
D	La altura sobre la hipotenusa mide $\frac{2640}{73}$ cm.	

3. En un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 37 cm y su cateto menor 12 cm , calcule la longitud de la altura sobre la hipotenusa.

**Solución**

		
A	Sea x la longitud de la proyección del cateto menor sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema del cateto.	$12^2 = x \cdot 37$ $\Rightarrow \frac{144}{37} = x$
B	Ahora se calcula la proyección del otro cateto.	$37 - x = 37 - \frac{144}{37} = \frac{1225}{37}$
C	Finalmente se calcula la longitud de la altura sobre la hipotenusa.	$h^2 = \frac{144}{37} \cdot \frac{1225}{37}$ $\Rightarrow h = \sqrt{\frac{176400}{1369}}$ $\Rightarrow h = \frac{420}{37}$
E	La altura sobre la hipotenusa mide $\frac{420}{37}$ cm.	



## Ejercicios

1. En la columna de la izquierda de la tabla que aparece a continuación, encontrará ternas pitagóricas correspondientes a las longitudes de los lados de diferentes triángulos rectángulos. Usted debe asociar cada uno de estos triángulos rectángulos con la longitud de la altura sobre la hipotenusa en la columna de la derecha, escribiendo la letra correspondiente dentro del paréntesis que considera correcto. Todas las medidas están dadas en centímetros.

<b>A</b>	65,72,97	( ) $\frac{660}{61}$
<b>B</b>	11,60,61	( ) $\frac{240}{13}$
<b>C</b>	20,48,52	( ) $\frac{336}{25}$
<b>D</b>	36,77,85	( ) $\frac{4680}{97}$
<b>E</b>	14,48,50	( ) $\frac{2772}{85}$

2. Si en un triángulo rectángulo sus catetos miden 10 m y 24 m respectivamente, calcular las longitudes de:
- La hipotenusa.
  - La proyección del cateto menor sobre la hipotenusa.
  - La proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa.
  - La altura sobre la hipotenusa.
3. Si en un triángulo rectángulo la altura sobre la hipotenusa mide 6 cm y la proyección del cateto menor sobre la hipotenusa mide 3 cm calcular las longitudes respectivas de:
- La proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa.
  - El cateto mayor.



- c) La hipotenusa.
- d) El cateto menor.

### Soluciones

1.

En todos los casos se considera que:

x es la longitud de la proyección del cateto menor sobre la hipotenusa.

y es la longitud de la proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa.

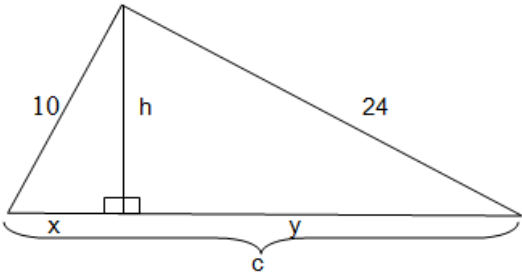
h es la longitud de la altura sobre la hipotenusa.

<p><b>A</b></p>	<p>65,72,97</p> $65^2 = x \cdot 97 \Rightarrow x = \frac{4225}{97}$ $72^2 = y \cdot 97 \Rightarrow y = \frac{5184}{97}$ $h^2 = \frac{4225}{97} \cdot \frac{5184}{97} \Rightarrow h = \frac{4680}{97}$	<p>( B ) <math>\frac{660}{61}</math></p>
<p><b>B</b></p>	<p>11,60,61</p> $11^2 = x \cdot 61 \Rightarrow x = \frac{121}{61}$ $60^2 = y \cdot 61 \Rightarrow y = \frac{3600}{61}$ $h^2 = \frac{121}{61} \cdot \frac{3600}{61} \Rightarrow h = \frac{660}{61}$	<p>( C ) <math>\frac{240}{13}</math></p>
<p><b>C</b></p>	<p>20,48,52</p> $20^2 = x \cdot 52 \Rightarrow x = \frac{100}{13}$ $48^2 = y \cdot 52 \Rightarrow y = \frac{576}{13}$ $h^2 = \frac{100}{13} \cdot \frac{576}{13} \Rightarrow h = \frac{240}{13}$	<p>( E ) <math>\frac{336}{25}</math></p>
<p><b>D</b></p>	<p>36,77,85</p>	<p>( A ) <math>\frac{4680}{97}</math></p>



	$36^2 = x \cdot 85 \Rightarrow x = \frac{1296}{85}$ $77^2 = y \cdot 85 \Rightarrow y = \frac{5929}{85}$ $h^2 = \frac{1296}{85} \cdot \frac{5929}{85} \Rightarrow h = \frac{2772}{85}$	
<b>E</b>	<p style="text-align: center;">14,48,50</p> $14^2 = x \cdot 50 \Rightarrow x = \frac{98}{25}$ $48^2 = y \cdot 50 \Rightarrow y = \frac{1152}{25}$ $h^2 = \frac{98}{25} \cdot \frac{1152}{25} \Rightarrow h = \frac{336}{25}$	( D ) $\frac{2772}{85}$

2.

		
<b>A</b>	<p>Sea c la longitud de la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema de Pitágoras:</p> $10^2 + 24^2 = c^2$ $\Rightarrow 676 = c^2$ $\Rightarrow 26 = c$ <p>La hipotenusa mide 26 m.</p>	
<b>B</b>	<p>Sea x la longitud de la proyección del cateto menor sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema del cateto:</p> $10^2 = x \cdot 26$ $\Rightarrow 100 = x \cdot 26$ $\Rightarrow \frac{50}{13} = x$ <p>La proyección del cateto menor sobre la hipotenusa mide <math>\frac{50}{13}</math> m.</p>	



**C** Sea  $y$  la longitud de la proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema del cateto:

$$24^2 = y \cdot 26$$

$$\Rightarrow 576 = y \cdot 26$$

$$\Rightarrow \frac{288}{13} = y$$

La proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa mide  $\frac{288}{13}$  m.

**D** Sea  $h$  la longitud de la altura sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema de la altura sobre la hipotenusa:

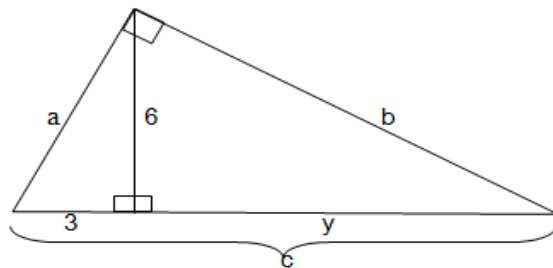
$$h^2 = \frac{50}{13} \cdot \frac{288}{13}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{14400}{169}$$

$$\Rightarrow h = \frac{120}{13}$$

La altura sobre la hipotenusa mide  $\frac{120}{13}$  m.

3.



**A** Sea  $y$  la longitud de la proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa, para calcularla se aplica el teorema de la altura sobre la hipotenusa:

$$6^2 = 3 \cdot y$$

$$\Rightarrow 12 = y$$

La proyección del cateto mayor sobre la hipotenusa mide 12 cm.



- |          |  |
|----------|--|
| <b>B</b> | <p>Sea <math>b</math> la longitud del cateto mayor, para calcularla se aplica el teorema de Pitágoras:</p> $b^2 = 6^2 + 12^2$ $\Rightarrow b^2 = 180$ $\Rightarrow b = 6\sqrt{5}$ <p>El cateto mayor mide <math>6\sqrt{5}</math> cm.</p> |
| <b>C</b> | <p>Sea <math>c</math> la longitud de la hipotenusa, para calcularla basta con sumar las dos proyecciones de los catetos sobre ella:</p> $c = 3 + 12$ $\Rightarrow c = 15$ <p>La hipotenusa mide 15 cm.</p>                               |
| <b>D</b> | <p>Sea <math>a</math> la longitud del cateto menor, para calcularla se aplica el teorema de Pitágoras:</p> $a^2 = 3^2 + 6^2$ $\Rightarrow a^2 = 45$ $\Rightarrow a = 3\sqrt{5}$ <p>El cateto menor mide <math>3\sqrt{5}</math> cm.</p>   |