FÓRMULA DE HERÓN

Ejemplos

1. En la columna de la izquierda de la tabla que aparece a continuación, encontrará las medidas de los lados de diferentes triángulos. Usted debe asociar cada uno de estos triángulos con su área correspondiente en la columna de la derecha, escribiendo la letra correspondiente dentro del paréntesis que considera correcto.

A	8 cm, 6 cm, 4 cm	( ) $15\sqrt{7}$ cm^2
B	10 cm, 6 cm, 8 cm	( ) $8\sqrt{5}$ cm^2
C	8 cm, 8 cm, 12 cm	( ) 24 cm^2
D	6 cm, 8 cm, 6 cm	( ) $3\sqrt{15}$ cm^2
E	10 cm, 12 cm, 8 cm	( ) $12\sqrt{7}$ cm^2

Solución

A	$s=\frac{8+6+4}{2}=9$ $\Rightarrow A=\sqrt{9(9-8)(9-6)(9-4)}=3\sqrt{15}$	(E) $15\sqrt{7}$ cm^2
B	$s=\frac{10+6+8}{2}=12$ $\Rightarrow A=\sqrt{12(12-10)(12-6)(12-8)}=24$	(D) $8\sqrt{5}$ cm^2
C	$s=\frac{8+8+12}{2}=14$ $\Rightarrow A=\sqrt{14(14-8)(14-8)(14-12)}=12\sqrt{7}$	(B) 24 cm^2
D	$s=\frac{6+8+6}{2}=10$ $\Rightarrow A=\sqrt{10(10-6)(10-8)(10-6)}=8\sqrt{5}$	(A) $3\sqrt{15}$ cm^2

E	$s=\dfrac{10+12+8}{2}=15$ $\Rightarrow A=\sqrt{15(15-10)(15-12)(15-8)}=15\sqrt{7}$	(C) $12\sqrt{7}\ \text{cm}^2$

2. Calcule el área de un triángulo con perímetro $52\ \text{cm}$, cuyo lado menor mide tres cuartos del lado mayor y el tercer lado mide lo mismo que el menor aumentado en $2\ \text{cm}$.

Solución

A	Sea x la longitud del lado mayor, entonces el lado menor mide $\dfrac{3}{4}x$ y el tercer lado mide $\dfrac{3}{4}x+2$.
B	Se plantea el perímetro del triángulo para encontrar el valor de x: $x+\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{4}x+2=52$ $\Rightarrow \dfrac{5}{2}x=50$ $\Rightarrow x=20$
C	Se encuentran las medidas de los tres lados: $20\ \text{cm}$ $\left(\dfrac{3}{4}\cdot 20\right)\text{cm}=15\ \text{cm}$ $\left(\dfrac{3}{4}\cdot 20+2\right)\text{cm}=17\ \text{cm}$
D	Ahora se calcula el área: $s=\dfrac{52}{2}=26$ $\Rightarrow A=\sqrt{26(26-20)(26-15)(26-17)}=6\sqrt{429}$ El área del triángulo mide $6\sqrt{429}\ \text{cm}^2$.

3. Resuelva el siguiente problema:

En el nuevo edificio de una empresa contrataron a un diseñador de jardines para trabajar en un área interior de forma triangular cuyos lados miden 12 m, 8 m y 16 m. Si el contrato total tuvo un costo de $\$1627$, ¿cuál fue el costo promedio aproximado, por metro cuadrado, del jardín interior?

Solución

A	Se calcula el área del jardín: $s = \dfrac{12+8+16}{2} = 18$ $\Rightarrow A = \sqrt{18(18-12)(18-8)(18-16)} = 12\sqrt{15}$ El área del jardín triangular es $12\sqrt{15}\text{ m}^2$.
B	Se calcula el costo promedio por metro cuadrado: $1627 \div 12\sqrt{15} \approx 35{,}007$
C	El costo promedio aproximado, por metro cuadrado del jardín, fue de $\$35$.

Ejercicios

1. Determine cuál de los siguientes triángulos tiene un área mayor que los otros.

A	Tiene perímetro 84 m y las longitudes de sus lados corresponden a tres números enteros consecutivos.
B	Sus lados miden 26 m, 28 m y 30 m respectivamente.
C	Es equilátero y cada uno de sus lados mide 29 m.

2. En un triángulo el menor de los lados mide la mitad del mayor, y el tercer lado mide tres medios del menor. Si el perímetro del triángulo mide 36 dm, calcule su área.

3. En la columna de la izquierda de la tabla que aparece a continuación, encontrará las medidas de los lados de diferentes triángulos. Usted debe asociar cada uno de estos triángulos con su área correspondiente en la columna de la derecha, escribiendo la letra correspondiente dentro del paréntesis que considera correcto.

A	15 cm, 13 cm, 10 cm	( ) $10\sqrt{77}\text{ cm}^2$
B	13 cm, 14 cm, 15 cm	( ) $6\sqrt{114}\text{ cm}^2$
C	15 cm, 17 cm, 12 cm	( ) $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$
D	12 cm, 12 cm, 12 cm	( ) 84 cm^2
E	12 cm, 14 cm, 16 cm	( ) $21\sqrt{15}\text{ cm}^2$

Soluciones

1.

A	Sea x la longitud del lado mayor, entonces $\frac{x}{2}$ es la longitud del lado menor y $\frac{3}{2}\cdot\frac{x}{2}$ es la longitud del tercer lado.
B	Se plantea el perímetro para encontrar el valor de x: $x+\frac{x}{2}+\frac{3x}{4}=36$ $\Rightarrow \frac{9x}{4}=36$ $\Rightarrow x=16$
C	Se calculan las longitudes de los lados: 16 dm $\frac{16}{2} \text{ dm} \Rightarrow 8 \text{ dm}$ $\frac{3\cdot 16}{4} \text{ dm} \Rightarrow 12 \text{ dm}$
D	Se calcula el área del triángulo: $s=\frac{16+8+12}{2}=18$ $\Rightarrow A=\sqrt{18(18-16)(18-8)(18-12)}=12\sqrt{15}$ El área del triángulo mide $12\sqrt{15} \text{ dm}^2$.

2.

A	$\frac{6\cdot 8}{2}=24$ El área del triángulo mide 24 cm^2.
B	$\frac{8\cdot 2}{2}=8$

	El área del triángulo mide $8\ \text{cm}^2$.
C	$\frac{5\cdot 4}{2}=10$ El área del triángulo mide $10\ \text{cm}^2$.
D	$\frac{6\cdot 4}{2}=12$ El área del triángulo mide $12\ \text{cm}^2$.

3.

A	$s=\frac{15+13+10}{2}=19$ $\Rightarrow A=\sqrt{19(19-15)(19-13)(19-10)}=6\sqrt{114}$	(C) $10\sqrt{77}\ \text{cm}^2$
B	$s=\frac{13+14+15}{2}=21$ $\Rightarrow A=\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}=84$	(A) $6\sqrt{114}\ \text{cm}^2$
C	$s=\frac{15+17+12}{2}=22$ $\Rightarrow A=\sqrt{22(22-15)(22-17)(22-12)}=10\sqrt{77}$	(D) $36\sqrt{3}\ \text{cm}^2$
D	$s=\frac{12+12+12}{2}=18$ $\Rightarrow A=\sqrt{18(18-12)(18-12)(18-12)}=36\sqrt{3}$	(B) $84\ \text{cm}^2$
E	$s=\frac{12+14+16}{2}=21$ $\Rightarrow A=\sqrt{21(21-12)(21-14)(21-16)}=21\sqrt{15}$	(E) $21\sqrt{15}\ \text{cm}^2$