FUNCIÓN LINEAL

Ejemplos

1. Encuentre el criterio de la función lineal cuya gráfica pasa por los puntos $\left(-2, \frac{-8}{3}\right)$ y $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right)$.

Solución

A	Se conocen dos de sus puntos.	$(x_1, y_1) = \left(-2, \frac{-8}{3}\right)$ $(x_2, y_2) = \left(\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right)$
B	Se calcula la pendiente usando la fórmula respectiva: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{\frac{5}{6} - \frac{-8}{3}}{\frac{1}{3} - -2} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{7}{3}} = \frac{3}{2}$
C	Se utiliza uno de los dos puntos para encontrar el valor de la intersección, en este caso $\left(-2, \frac{-8}{3}\right)$	$y = mx + b$ $\Rightarrow \frac{-8}{3} = \frac{3}{2} \cdot -2 + b$ $\Rightarrow \frac{-8}{3} = -3 + b$ $\Rightarrow \frac{-8}{3} + 3 = b$ $\Rightarrow \frac{1}{3} = b$
D	Se encuentra el criterio de la función lineal.	$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}$

2. Las gráficas de las funciones $g(x)$ y $f(x)$ son perpendiculares. Si se sabe $f(x)$ que pasa por el punto $\left(-3, \frac{1}{2}\right)$ y además $g(x) = \frac{6-x}{2}$, encuentre el criterio de $f(x)$.

Solución

A	Se busca la pendiente de la función $g(x)$.	$g(x)=\frac{6-x}{2}=\frac{6}{2}-\frac{x}{2}=3-\frac{x}{2}$ $\Rightarrow m_g=\frac{-1}{2}$
B	Se calcula la pendiente de la función $f(x)$ usando el hecho de que ambas funciones son perpendiculares, de modo que el producto de sus pendientes debe ser igual a -1.	$\frac{-1}{2}\cdot m_f=-1$ $\Rightarrow m_f=\frac{-1}{\frac{-1}{2}}$ $\Rightarrow m_f=2$
C	Se utiliza el punto para encontrar el valor de la intersección.	$y=mx+b$ $\Rightarrow \frac{1}{2}=2\cdot -3+b$ $\Rightarrow \frac{1}{2}=-6+b$ $\Rightarrow \frac{1}{2}+6=b$ $\Rightarrow \frac{13}{2}=b$
D	Se encuentra el criterio de la función lineal.	$f(x)=2x+\frac{13}{2}$

3. Calcule el valor de la constante k para que las gráficas de las funciones lineales dadas por $2x+1=y-3$, y $3-(1-k)x+2y=5$ sean paralelas.

Solución

A	Se despeja la primera función para encontrar su pendiente.	$2x+1=y-3$ $\Rightarrow 2x+1+3=y$ $\Rightarrow 2x+4=y$ $\Rightarrow m_1=2$
B	Se despeja la segunda función para encontrar su pendiente.	$3-(1-k)x+2y=5$ $\Rightarrow 3-(1-k)x-5=2y$ $\Rightarrow -(1-k)x-2=2y$ $\Rightarrow \frac{-(1-k)x}{2}-\frac{2}{2}=y$ $\Rightarrow \frac{-(1-k)x}{2}-1=y$ $\Rightarrow m_2=\frac{-(1-k)}{2}$
C	Como las gráficas de ambas rectas deben ser paralelas entonces sus pendientes deben ser iguales, lo cual permite encontrar el valor de la constante k.	$m_1=m_2$ $\Rightarrow 2=\frac{-(1-k)}{2}$ $\Rightarrow 2\cdot 2=-1+k$ $\Rightarrow 4+1=k$ $\Rightarrow k=5$

4. En la columna de la derecha aparecen dos funciones lineales. Escriba la letra correspondiente dentro del paréntesis según se trate de dos funciones cuyas gráficas son paralelas o perpendiculares.

A	Paralelas	( )	$f(x)=\frac{5-2x}{3}$ $g(x)=\frac{3}{2}x+1$
		( )	$h(x)=4-(2+3x)$ $f(x)=5-3x$
		( )	$f(x)=\frac{4+3x}{-2}$ $h(x)=\frac{2-(1+3x)}{2}$
B	Perpendiculares	( )	$f(x)=\frac{5}{7}x+1$ $g(x)=4-\frac{7}{5}x$
		( )	$s(x)=\frac{2-6x}{7}$ $g(x)=\frac{4-2(3x+1)}{7}$
		( )	$k(x)=2-(4+3x)$ $f(x)=\frac{5-6x}{2}$

Solución

A	Paralelas	(B)	$f(x)=\frac{5-2x}{3}$ $g(x)=\frac{3}{2}x+1$ $m_f=\frac{-2}{3}$ $m_g=\frac{3}{2}$
		(A)	$h(x)=4-(2+3x)$ $f(x)=5-3x$ $h(x)=2-3x$ $m_f=-3$ $m_h=-3$
		(A)	$f(x)=\frac{4+3x}{-2}$ $h(x)=\frac{2-(1+3x)}{2}$ $f(x)=\frac{4-3x}{2}$ $h(x)=\frac{1-3x}{2}$ $m_f=\frac{-3}{2}$ $m_h=\frac{-3}{2}$

B	Perpendiculares	(B)	$f(x) = \frac{5}{7}x + 1$ $\quad g(x) = 4 - \frac{7}{5}x$ $m_f = \frac{5}{7}$ $\quad m_g = -\frac{7}{5}$
		(A)	$s(x) = \frac{2 - 6x}{7}$ $\quad g(x) = \frac{4 - 2(3x+1)}{7}$ $m_s = \frac{-6}{7}$ $\quad g(x) = \frac{2 - 6x}{7}$ $m_g = \frac{-6}{7}$
		(A)	$k(x) = 2 - (4 + 3x)$ $\quad f(x) = \frac{5 - 6x}{2}$ $k(x) = -2 - 3x$ $\quad m_f = -3$ $m_k = -3$

5. En la columna de la derecha aparece una función lineal. Escriba la letra correspondiente dentro del paréntesis según se trate de una función cuya gráfica es creciente, decreciente o constante.

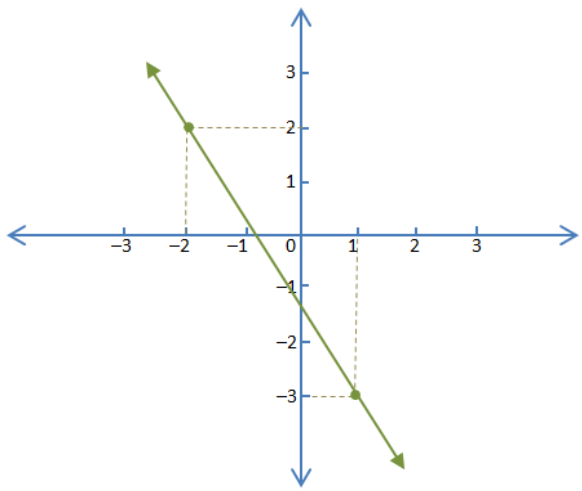
A	Creciente	( )	$f(x)=\frac{-2}{5}$
		( )	$g(x)=\frac{3-4x}{-2}$
B	Decreciente	( )	$h(x)=7-(3-6x)$
		( )	$k(x)=\frac{4-10x}{15}$
C	Constante	( )	$s(x)=\frac{2x-1}{4}$
		( )	$f(x)=\frac{-2}{3}x-\frac{1}{5}$

Solución

A	Creciente	(C)	$f(x)=\frac{-2}{5}$ $m_f=0$
		(A)	$g(x)=\frac{3-4x}{-2}$ $m_g=2$
B	Decreciente	(A)	$h(x)=7-(3-6x)=4+6x$ $m_h=6$
		(B)	$k(x)=\frac{4-10x}{15}$ $m_k=\frac{-2}{3}$

C	Constante	(A)	$s(x) = \frac{2x-1}{4}$ $m_s = \frac{1}{2}$
		(B)	$f(x) = \frac{-2}{3}x - \frac{1}{5}$ $m_f = \frac{-2}{3}$

6. La gráfica adjunta corresponde a la función $f(x)$, encuentre su criterio.



Solución

A	Se conocen dos de sus puntos.	$(x_1, y_1) = (-2, 2)$ $(x_2, y_2) = (1, -3)$
B	Se calcula la pendiente usando la fórmula respectiva: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{-3-2}{1--2} = \frac{-5}{3}$

C	Se utiliza uno de los dos puntos para encontrar el valor de la intersección, en este caso $(-2,2)$	$y = mx + b$ $\Rightarrow 2 = \frac{-5}{3} \cdot -2 + b$ $\Rightarrow 2 = \frac{10}{3} + b$ $\Rightarrow 2 - \frac{10}{3} = b$ $\Rightarrow \frac{-4}{3} = b$
D	Se encuentra el criterio de la función lineal.	$y = \frac{-5}{3}x - \frac{4}{3}$

Ejercicios

1. Asocie cada par de puntos de la columna de la izquierda con el respectivo valor de la pendiente de la función lineal a la que pertenecen en la columna de la derecha, escribiendo dentro del paréntesis la letra correspondiente.

A	$\left(\frac{-1}{2},3\right)$ $\left(1,\frac{1}{2}\right)$	( )	$\frac{-2}{5}$
B	$\left(\frac{1}{4},-1\right)$ $(2,1)$	( )	3
C	$\left(\frac{3}{2},\frac{2}{3}\right)$ $\left(\frac{-2}{3},\frac{3}{2}\right)$	( )	$\frac{-5}{3}$
D	$\left(3,\frac{-1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$	( )	$\frac{-5}{13}$
E	$\left(\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$ $(1,1)$	( )	$\frac{8}{7}$

2. Para la función lineal $f(x)=3x+6$ encuentre las intersecciones con los ejes y trace su gráfica.

3. Considere las funciones lineales $3y-4=2(x+1)$ y $2(y+x)-10=x+2$.

a. Verifique que son perpendiculares.
b. Encuentre las respectivas intersecciones con los ejes de sus gráficas.
c. Encuentre el punto de intersección de ambas rectas.
d. Grafíquelas en un mismo eje de coordenadas.

4. Asocie cada punto de la columna de la izquierda con la respectiva función lineal a cuya gráfica pertenece en la columna de la derecha, escribiendo dentro del paréntesis la letra correspondiente.

A	$\left(2,\frac{-1}{3}\right)$	( )	$f(x)=\frac{2x-3}{4}$
B	$\left(-2,\frac{-1}{3}\right)$	( )	$g(x)=\frac{5-3x}{3}$
C	$\left(1,\frac{-1}{4}\right)$	( )	$h(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$
D	$\left(\frac{-1}{2},0\right)$	( )	$k(x)=\frac{-2}{3}x+1$
E	$\left(\frac{-1}{3},\frac{-1}{2}\right)$	( )	$s(x)=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$

5. En la columna de la derecha aparece una función lineal. Escriba la letra correspondiente dentro del paréntesis según se trate de una función cuya gráfica es creciente, decreciente o constante.

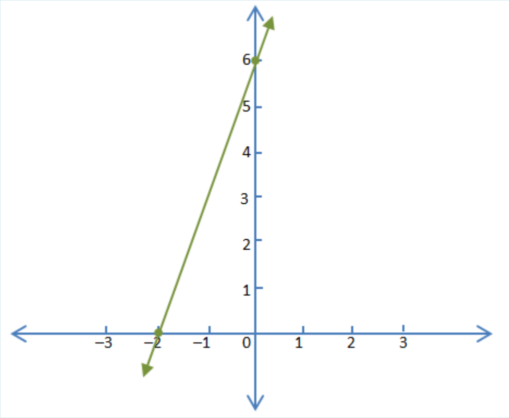
A	Creciente	( )	$3y-2x=x-4$
		( )	$4(x-2)=2(1-y)$
B	Decreciente	( )	$5x-4=4(y-2)+5x$
		( )	$\frac{-5y-2}{3}=\frac{x-1}{2}$
C	Constante	( )	$-2(x+4)-y=2$
		( )	$\frac{4y-3}{5}=7-(2-x)$

Soluciones

1.

A	$\left(\frac{-1}{2},3\right) \quad \left(1,\frac{1}{2}\right)$ $m=\dfrac{\frac{1}{2}-3}{1-\frac{-1}{2}}=\dfrac{\frac{-5}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{-5}{3}$	(D)	$\frac{-2}{5}$
B	$\left(\frac{1}{4},-1\right) \quad (2,1)$ $m=\dfrac{1--1}{2-\frac{1}{4}}=\dfrac{2}{\frac{7}{4}}=\frac{8}{7}$	(E)	3
C	$\left(\frac{3}{2},\frac{2}{3}\right) \quad \left(\frac{-2}{3},\frac{3}{2}\right)$ $m=\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}}{\frac{-2}{3}-\frac{3}{2}}=\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{-13}{6}}=\frac{-5}{13}$	(A)	$\frac{-5}{3}$
D	$\left(3,\frac{-1}{2}\right) \quad \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ $m=\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{-1}{2}}{\frac{1}{2}-3}=\dfrac{1}{\frac{-5}{2}}=\frac{-2}{5}$	(C)	$\frac{-5}{13}$
E	$\left(\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right) \quad (1,1)$ $m=\dfrac{1-\frac{1}{4}}{1-\frac{3}{4}}=\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}}=3$	(B)	$\frac{8}{7}$

2.

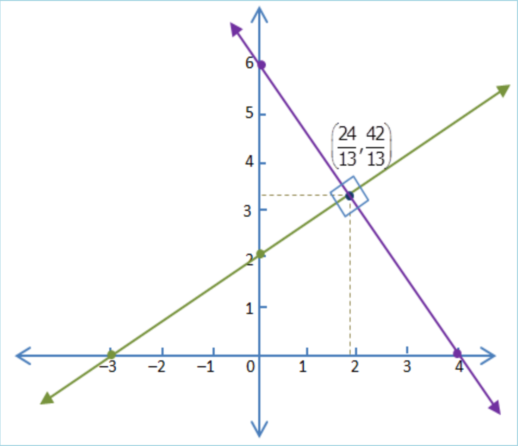
A	El valor de b indica la intersección con el eje y.	$f(x) = 3x + 6$ $\Rightarrow (0,6)$
B	Se calcula la intersección con el eje x.	$3x + 6 = 0$ $\Rightarrow 3x = -6$ $\Rightarrow x = \frac{-6}{3}$ $\Rightarrow x = -2$ $\Rightarrow (-2,0)$
C	Se traza la gráfica.	

3.

A	Se despejan ambas funciones para encontrar las respectivas pendientes y comprobar que son perpendiculares pues el producto de sus pendientes es igual a -1.	Se despeja la primera función: $3y - 4 = 2(x+1)$ $\Rightarrow 3y - 4 = 2x + 2$ $\Rightarrow 3y = 2x + 2 + 4$ $\Rightarrow 3y = 2x + 6$ $\Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2$ $\Rightarrow m_1 = \frac{2}{3}$ Se despeja la segunda función:

		$2(y+x)-10=-x+2$ $\Rightarrow 2y+2x=-x+2+10$ $\Rightarrow 2y=-x-2x+12$ $\Rightarrow 2y=-3x+12$ $\Rightarrow y=\frac{-3}{2}x+6$ $\Rightarrow m_1=\frac{-3}{2}$ Se verifica que ambas rectas sean perpendiculares: $m_1 \cdot m_2=\frac{2}{3}\cdot\frac{-3}{2}=-1$
B	Las intersecciones con el eje y vienen dadas por los respectivos valores de b, mientras que para encontrar las intersecciones con el eje x se buscan las respectivas preimágenes de 0.	Se buscan los puntos de intersección con los ejes de la primera gráfica: $y=\frac{2}{3}x+2$ $\Rightarrow (0,2)$ $\text{Además}:$ $\frac{2}{3}x+2=0$ $\Rightarrow x=-3$ $\Rightarrow (-3,0)$ Se buscan los puntos de intersección con los ejes de la segunda gráfica:

		$y = \frac{-3}{2}x + 6$ $\Rightarrow (0,6)$ Además : $\frac{-3}{2}x + 6 = 0$ $\Rightarrow x = 4$ $\Rightarrow (4,0)$
C	Se busca el punto de intersección de las gráficas de ambas funciones.	Para encontrar la coordenada x se igualan ambas funciones: $\frac{2}{3}x + 2 = \frac{-3}{2}x + 6$ $\Rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}x = 6 - 2$ $\Rightarrow \frac{13}{6}x = 4$ $\Rightarrow x = \frac{24}{13}$ Para encontrar la coordenada y se busca la imagen de x con cualquiera de los dos criterios: $y = \frac{2}{3}x + 2$ $\Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{13} + 2$ $\Rightarrow y = \frac{42}{13}$ Se encuentra el punto de intersección: $\left(\frac{24}{13}, \frac{42}{13}\right)$

D	Se trazan la gráficas de ambas funciones.	

4.

A	$\left(2, \frac{-1}{3}\right)$	(C)	$f(1) = \frac{2 \cdot 1 - 3}{4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow \left(1, \frac{-1}{4}\right)$
B	$\left(-2, \frac{-1}{3}\right)$	(B)	$g(-2) = \frac{5 - 3 \cdot -2}{3} = \frac{-1}{3} \Rightarrow \left(-2, \frac{-1}{3}\right)$
C	$\left(1, \frac{-1}{4}\right)$	(D)	$h\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2} + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}, 0\right)$
D	$\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$	(A)	$k(2) = \frac{-2}{3} \cdot 2 + 1 = \frac{-1}{3} \Rightarrow \left(2, \frac{-1}{3}\right)$
E	$\left(\frac{-1}{3}, \frac{-1}{2}\right)$	(E)	$s\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{-1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \left(\frac{-1}{3}, \frac{-1}{2}\right)$

5.

A	Creciente	(A)	$3y - 2x = x - 4$ $\Rightarrow 3y = 3x - 4$ $\Rightarrow y = x - \frac{4}{3}$ $\Rightarrow m = 1 > 0$ creciente

		(B)	$4(x-2)=2(1-y)$ $\Rightarrow 4x-8=2-2y$ $\Rightarrow 2y=-4x+10$ $\Rightarrow y=-2x+5$ $\Rightarrow m=-2<0$ decreciente
B	Decreciente	(C)	$5x-4=4(y-2)+5x$ $\Rightarrow 5x-4=4y-8+5x$ $\Rightarrow -4y=-4$ $\Rightarrow y=1$ $\Rightarrow m=0$ constante
		(B)	$\frac{-5y-2}{3}=\frac{x-1}{2}$ $\Rightarrow 2(-5y-2)=3(x-1)$ $\Rightarrow -10y-4=3x-3$ $\Rightarrow -10y=3x+1$ $\Rightarrow y=\frac{-3}{10}x-\frac{1}{10}$ $\Rightarrow m=\frac{-3}{10}<0$ decreciente
C	Constante	(B)	$-2(x+4)-y=2$ $\Rightarrow -2x-8-y=2$ $\Rightarrow -y=2x+10$ $\Rightarrow y=-2x-10$ $\Rightarrow m=-2<0$ decreciente
		(A)	$\frac{4y-3}{5}=7-(2-x)$ $\Rightarrow 4y-3=5(7-2+x)$ $\Rightarrow 4y=25+5x+3$ $\Rightarrow y=\frac{5}{4}x+7$ $\Rightarrow m=\frac{5}{4}>0$ creciente