



OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

Ejemplos

1. Si $D = \{x / x \in \mathbb{N}, 5 < x < 11\}$ y $C = \{x / x \in \mathbb{Z}, 8 < x \leq 16\}$, calcule $D \cup C$ y $D \cap C$.

Solución

A	Se representa el conjunto D por extensión.	$D = \{6, 7, 8, 9, 10\}$
B	Se representa el conjunto C por extensión.	$C = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$
C	Se toman los elementos de ambos conjuntos para encontrar la unión.	$D \cup C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$ $= \{x / x \in \mathbb{N}, 6 \leq x \leq 16\}$
D	Se toman los elementos que pertenecen a ambos conjuntos a la vez para encontrar la intersección.	$D \cap C = \{9, 10\}$ $= \{x / x \in \mathbb{N}, 9 \leq x \leq 10\}$

2. Compruebe que $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q} \cap \mathbb{R}$.

Solución

A	Se analiza la relación de subconjuntos que existe entre los tres conjuntos.	$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
B	Se calcula la unión tomando todos los elementos que pertenecen al conjunto de los números racionales o al conjunto de los números enteros.	$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$
C	Se calcula la intersección tomando solamente los elementos que pertenecen al conjunto de los números racionales y al conjunto de los números reales.	$\mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}$
D	Se comprueba que ambos resultados son iguales.	$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q} = \mathbb{Q} \cap \mathbb{R}$



3. Si $M = \{-2, -1, 0\}$ y $F = \{0, 1\}$, calcule la cardinalidad y encuentre el producto cartesiano $M \times F$.

Solución

A	Se calcula la cardinalidad de M.	3
B	Se calcula la cardinalidad de F.	2
C	Se calcula la cardinalidad de $M \times F$.	$3 \cdot 2 = 6$
D	Se encuentra el producto cartesiano formado por los pares ordenados que tienen su primer componente en el primer conjunto, en este caso M, y su segunda coordenada en el segundo conjunto, en este caso F.	$M \times F = \{(-2, 0), (-2, 1), (-1, 0), (-1, 1), (0, 0), (0, 1)\}$

4. Si $A = \{x / x \in \mathbb{N}, 3 < x < 6\}$, calcule $A \times A$.

Solución

A	Se escribe el conjunto A por extensión.	$A = \{4, 5\}$
B	Se encuentra el producto cartesiano formado por los pares ordenados que tienen su primer componente en el primer conjunto y su segunda coordenada en el segundo conjunto, tomando en cuenta que en este caso ambos conjuntos son iguales.	$A \times A = \{(4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5)\}$



Ejercicios

1. Si $B = \{x / x \in \mathbb{Z}^-, -4 < x < 3\}$ y $P = \{x / x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 6\}$, calcule $B \cup P$ y $B \cap P$.
2. Si $S = \{x / x \in \mathbb{N}, x > 2\}$ y $T = \{x / x \in \mathbb{N}, x \geq 6\}$ calcule $S \cup T$ y $S \cap T$.
3. Compruebe que $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N} \cap \mathbb{Q}$.
4. Si $K = \{3, 4, 5, 6\}$ y $G = \{0, 1\}$, calcule la cardinalidad y encuentre el producto cartesiano $K \times G$.
5. Si $A = \{x / x \in \mathbb{N}, 1 < x < 4\}$ y $B = \{x / x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 0\}$ calcule los productos cartesianos $A \times B$ y $B \times A$.

Soluciones

1. Se busca la unión y la intersección.

A	Se representa el conjunto B por extensión.	$B = \{-3, -2, -1\}$
B	Se representa el conjunto P por extensión.	$P = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
C	Se toman los elementos de ambos conjuntos para encontrar la unión.	$B \cup P = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $= \{x / x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 6\}$
D	Se toman los elementos que pertenecen a ambos conjuntos a la vez para encontrar la intersección.	$B \cap P = \{-1\}$



2. Se busca la unión y la intersección.

A	Se representa el conjunto S por extensión.	$S = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
B	Se representa el conjunto T por extensión.	$T = \{6, 7, 8, 9, \dots\}$
C	Se toman los elementos de ambos conjuntos para encontrar la unión.	$S \cup T = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ $= S$
D	Se toman los elementos que pertenecen a ambos a la vez para encontrar la intersección.	$S \cap T = \{6, 7, 8, 9, \dots\}$ $= T$

3. Se comprueba la igualdad.

A	Se analiza la relación de subconjuntos que existe entre los tres conjuntos.	$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
B	Se calcula la intersección al lado izquierdo de la igualdad tomando los elementos que pertenecen al conjunto de los números naturales y al conjunto de los números enteros.	$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$
C	Se calcula la intersección al lado derecho de la igualdad tomando los elementos que pertenecen al conjunto de los números naturales y al conjunto de los números racionales.	$\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N}$
D	Se comprueba que ambos resultados son iguales.	$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N} = \mathbb{N} \cap \mathbb{Q}$



4. Se calcula el producto cartesiano y su cardinalidad.

A	Se calcula la cardinalidad de K.	4
B	Se calcula la cardinalidad de G.	2
C	Se calcula la cardinalidad de $K \times G$.	$4 \cdot 2 = 8$
D	Se encuentra el producto cartesiano con los pares ordenados cuya primera componente está en K y la segunda en G.	$K \times G = \{(3, 0), (3, 1), (4, 0), (4, 1), (5, 0), (5, 1), (6, 0), (6, 1)\}$

5. Se calculan los dos productos cartesianos.

A	Se escribe el conjunto A por extensión.	$A = \{2, 3\}$
B	Se escribe el conjunto B por extensión.	$B = \{-2, -1\}$
C	Se encuentra el producto cartesiano formado por los pares ordenados que tienen su primer componente en el primer conjunto A y su segunda coordenada en el segundo conjunto B.	$A \times B = \{(2, -2), (2, -1), (3, -2), (3, -1)\}$
D	Se encuentra el producto cartesiano formado por los pares ordenados que tienen su primer componente en el primer conjunto B y su segunda coordenada en el segundo conjunto A.	$B \times A = \{(-2, 2), (-2, 3), (-1, 2), (-1, 3)\}$