



TEORÍA DE NÚMEROS

Ejemplos

1. Calcule la factorización prima de los siguientes números: 3 780, 2 475, 3 675.

Solución

A	$ \begin{array}{r l} 3\ 780 & 2 \\ 1\ 890 & 2 \\ 945 & 3 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} $	$3\ 780 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$
B	$ \begin{array}{r l} 2\ 475 & 3 \\ 825 & 3 \\ 275 & 5 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} $	$2\ 475 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11$
C	$ \begin{array}{r l} 3\ 675 & 3 \\ 1\ 225 & 5 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} $	$3\ 675 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$



2. Determine cuáles de los siguientes números son divisibles por 6:
78, 84, 102, 116, 210.

Solución

A	<p>78 es un número par, por lo tanto divisible por 2. Además la suma de sus dígitos da un múltiplo de 3, por lo tanto divisible por 3.</p> $7 + 8 = 15$	<p>78 sí es divisible por 6.</p>
B	<p>84 es un número par, por lo tanto divisible por 2. Además la suma de sus dígitos da un múltiplo de 3, por lo tanto divisible por 3.</p> $8 + 4 = 12$	<p>84 sí es divisible por 6.</p>
C	<p>102 es un número par, por lo tanto divisible por 2. Además la suma de sus dígitos da un múltiplo de 3, por lo tanto divisible por 3.</p> $1 + 2 = 3$	<p>102 sí es divisible por 6.</p>
D	<p>116 es un número par, por lo tanto divisible por 2. Pero la suma de sus dígitos no da un múltiplo de 3, por lo tanto no es divisible por 3.</p> $1 + 1 + 6 = 8$	<p>116 no es divisible por 6.</p>
E	<p>210 es un número par, por lo tanto divisible por 2. Además la suma de sus dígitos da un múltiplo de 3, por lo tanto divisible por 3.</p> $2 + 1 = 3$	<p>210 sí es divisible por 6.</p>



3. Encuentre el conjunto de todos los divisores de 90.

Solución

A	Se calcula la factorización prima del número.	$\begin{array}{r l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
B	<p>Se buscan los divisores correspondientes a:</p> <p>1 que es divisor de todo número natural.</p> <p>Cada uno de sus factores primos.</p> <p>Cada uno de los productos obtenidos por dos o más de sus factores primos.</p>	$\begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 2 \cdot 3 = 6 \\ 3 \cdot 3 = 9 \\ 2 \cdot 5 = 10 \\ 3 \cdot 5 = 15 \\ 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \\ 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \\ 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45 \\ 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90 \end{array}$
C	Se escribe el conjunto de todos los divisores del número.	$D_{90} = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$

4. Determine cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos: 19, 21, 27, 29, 33, 35, 42, 47, 51, 55.

Solución

A	19 solamente es divisible por 1 y por sí mismo.	PRIMO
B	El conjunto de divisores de 21 es $D_{21} = \{1, 3, 7, 21\}$	COMPUESTO
C	El conjunto de divisores de 27 es	COMPUESTO



	$D_{27} = \{1, 3, 9, 27\}$	
D	29 solamente es divisible por 1 y por sí mismo.	PRIMO
E	El conjunto de divisores de 33 es $D_{33} = \{1, 3, 11, 33\}$	COMPUESTO
F	El conjunto de divisores de 35 es $D_{35} = \{1, 5, 7, 35\}$	COMPUESTO
G	El conjunto de divisores de 42 es $D_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$	COMPUESTO
H	47 solamente es divisible por 1 y por sí mismo.	PRIMO
I	51 solamente es divisible por 1 y por sí mismo.	PRIMO
J	El conjunto de divisores de 55 es $D_{55} = \{1, 5, 11, 55\}$	COMPUESTO



Ejercicios

1. Escriba un número en cada caso que cumpla la condición establecida:

A	Múltiplo de 12.
B	Submúltiplo de 15.
C	Factor de 38.
D	Divisor de 19.
E	Múltiplo de 13.
F	Submúltiplo de 16.

2. Calcule el Máximo Común Divisor de los siguientes números: 30, 42, 54.
3. Calcule el Mínimo Común Múltiplo de los siguientes números: 315, 630, 735.
4. Encuentre todos los números primos que hay entre 10 y 40.
5. Encuentre todos los números divisibles por 5 que se encuentran entre 6 y 58.



Soluciones

1. Se busca un número que cumpla cada una de las condiciones.

A	Un múltiplo de 12 es 36 porque $12 \cdot 3 = 36$.	36
B	Un submúltiplo de 15 es 5 porque $15 = 5 \cdot 3$.	5
C	Un factor de 38 es 19 porque $38 = 19 \cdot 2 \neq$.	19
D	Un divisor de 19 es 19 porque $19 \div 19 = 1$.	19
E	Un múltiplo de 13 es 65 porque $13 \cdot 5 = 65$.	65
F	Un submúltiplo de 16 es 8 porque $16 = 8 \cdot 2$.	8

2. Se calcula el Máximo Común Divisor de los números.

A	Se calcula la factorización común a los tres números.	$\begin{array}{r l} 30 & 42 & 54 \\ 15 & 21 & 27 \\ 5 & 7 & 9 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ \end{array}$
B	Se calcula el Máximo Común Divisor como el producto de los factores comunes.	$\text{MCD}(30, 42, 54) = 2 \cdot 3 = 6$

3. Se calcula el Mínimo Común Múltiplo de los números.

A	Se calcula la factorización completa de los tres números.	$\begin{array}{r l} 315 & 630 & 735 \\ 105 & 210 & 245 \\ 21 & 42 & 49 \\ 21 & 21 & 49 \\ 7 & 7 & 49 \\ 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 7 \\ 7 \\ \end{array}$
----------	---	--



B Se calcula el Mínimo Común Múltiplo como el producto de todos los factores.	$\begin{aligned} \text{MCM}(315,630,735) \\ &= 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \\ &= 4\,410 \end{aligned}$
--	--

4. Se calculan los números primos menores que 40.

Para esto se trabaja con un listado de los números del 1 al 40 y se eliminan todos los números compuestos y el 1; que no es ni primo ni compuesto. Todos los que queden serán los números primos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Se tachan todos los múltiplos de 2, menos el 2; pues solo es divisible por 1 y por sí mismo, por lo que es un número primo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Ahora se tachan los múltiplos de 3 que no se hayan tachado ya. El 3 no porque es primo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40



Se hace lo mismo con los múltiplos de 5. Nuevamente, note que no se tacha el 5 porque es un número primo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Correspondería ahora hacer el procedimiento para los múltiplos de 7, pero ya se tacharon los múltiplos que se obtienen de multiplicar 7 por todos los naturales menores que 6; que es 42 y ya está fuera de la tabla.

Como se tacharon todos los números compuestos y el 1, los que queda son los primos, es decir los solicitados en el ejercicio: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.

- Encuentre todos los números divisibles por 5 que se encuentran entre 6 y 58.

Un número es divisible por 5 si el dígito de las unidades corresponde a 0 o a 5.

10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55