MULTIPLICAR Y DIVIDIR RADICALES HETEROGÉNEOS
REDUCIR RADICALES A UN ÍNDICE COMÚN

Ejemplos

> Recuerde
>
> Dos o más radicales son homogéneos si tienen el mismo índice.

1. Homogeneice los radicales $\sqrt{2}$ y $\sqrt[4]{3}$.

Solución

Se expresan los radicales en notación de potencia.	$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}$
Se hacen homogéneas las fracciones correspondientes a los exponentes.	MMC (2, 4) = 4 $2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{4}}$ $3^{\frac{1}{4}}$
Se escriben las expresiones nuevamente en notación radical.	$2^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[4]{4}$ $3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$

2. Homogeneice los radicales $\sqrt[6]{2}$, $\sqrt[4]{3}$ y $\sqrt{5}$.

Solución

Se expresan los radicales en notación de potencia.	$\sqrt[6]{2} = 2^{\frac{1}{6}}$ $\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}$ $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$
Se hacen homogéneas las fracciones correspondientes a los exponentes.	MMC (2, 4, 6) = 12 $2^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{2}{12}}$ $3^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{3}{12}}$

	$5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{6}{12}}$
Se escriben las expresiones nuevamente en notación radical.	$2^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{2^2}$ $3^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{3^3}$ $5^{\frac{6}{12}} = \sqrt[12]{5^6}$

3. Homogeneice los radicales $\sqrt[6]{x^2}$, $\sqrt[9]{x^5}$ y $\sqrt[3]{x}$, con $x \geq 0$.

Solución

Se expresan los radicales en notación de potencia.	$\sqrt[6]{x^2} = x^{\frac{2}{6}}$ $\sqrt[9]{x^5} = x^{\frac{5}{9}}$ $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
Se hacen homogéneas las fracciones correspondientes a los exponentes.	MMC (3, 6, 9) = 18 $x^{\frac{2}{6}} = x^{\frac{6}{18}}$ $x^{\frac{5}{9}} = x^{\frac{10}{18}}$ $x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{6}{18}}$
Se escriben las expresiones nuevamente en notación radical.	$x^{\frac{6}{18}} = \sqrt[18]{x^6}$ $x^{\frac{10}{18}} = \sqrt[18]{x^{10}}$ $x^{\frac{6}{18}} = \sqrt[18]{x^6}$

4. Realice la operación $\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$, con $x \geq 0$.

Solución

Se hacen homogéneos los radicales.	MMC (4, 6) = 12 $\sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{x^3}$ $\sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{x^2}$
Se multiplican los radicales homogéneos.	$\sqrt[12]{x^3} \cdot \sqrt[12]{x^2} = \sqrt[12]{x^3 \cdot x^2} = \sqrt[12]{x^5}$

5. Realice la operación $-3\sqrt{ab}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot 2\sqrt[6]{b}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Solución

Se hacen homogéneos los radicales.	MMC (2, 3, 6) = 6 $-3\sqrt{ab} = -3(ab)^{\frac{1}{2}} = -3(ab)^{\frac{3}{6}} = -3\sqrt[6]{(ab)^3} = -3\sqrt[6]{a^3b^3}$ $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{a^2}$ $2\sqrt[6]{b}$
Se multiplican los radicales homogéneos.	$-3\sqrt[6]{a^3b^3}\cdot\sqrt[6]{a^2}\cdot 2\sqrt[6]{b} = -3\cdot 2\sqrt[6]{a^3b^3\cdot a^2\cdot b} = -6\sqrt[6]{a^5b^4}$

6. Realice la operación $\sqrt[6]{4}\div\sqrt[8]{2}$.

Solución

Se hacen homogéneos los radicales.	MMC (6, 8) = 24 $\sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = 2^{\frac{2}{6}} = 2^{\frac{8}{24}} = \sqrt[24]{2^8}$ $\sqrt[8]{2} = 2^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{3}{24}} = \sqrt[24]{2^3}$
Se dividen los radicales homogéneos.	$\sqrt[24]{2^8}\div\sqrt[24]{2^3} = \sqrt[24]{2^8\div 2^3} = \sqrt[24]{2^5} = \sqrt[24]{32}$

7. Realice la operación $2n\sqrt[4]{m^3} \div \sqrt[10]{m^3n}$, con $m > 0$ y $n > 0$.

Solución

Se hacen homogéneos los radicales.	MMC (4, 10) = 20 $2n\sqrt[4]{m^3} = 2n \cdot m^{\frac{3}{4}} = 2n \cdot m^{\frac{15}{20}} = 2n\sqrt[20]{m^{15}}$ $\sqrt[10]{m^3n} = \left(m^3n\right)^{\frac{1}{10}} = \left(m^3n\right)^{\frac{2}{20}} = \sqrt[20]{\left(m^3n\right)^2} = \sqrt[20]{m^6n^2}$
Se dividen los radicales homogéneos.	$2n\sqrt[20]{m^{15}} \div \sqrt[20]{m^6n^2} = 2n\sqrt[20]{\frac{m^{15}}{m^6n^2}} = 2n\sqrt[20]{\frac{m^9}{n^2}}$

Ejercicios

1. Homogeneice cada grupo de radicales.

a) $\sqrt[6]{3},\ \sqrt[8]{2}$

b) $\sqrt[12]{x^5},\ \sqrt[3]{x^2},\ \sqrt[8]{x^5}$, con $x \geq 0$.

c) $\sqrt{2m},\ \sqrt[4]{m^3},\ 2\sqrt[6]{2m}$, con $m \geq 0$.

d) $\sqrt[3]{\frac{1}{k}},\ \sqrt[8]{\frac{2}{k^3}},\ \sqrt{\frac{1}{k}}$, con $k > 0$.

2. Resuelva las siguientes operaciones:

a) $3\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{4}$

b) $\sqrt[3]{2x} \cdot 3\sqrt[6]{2x^3}$, con $x \geq 0$.

c) $\sqrt[6]{ab} \cdot 2\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[8]{a^5b^7}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

d) $8\sqrt[3]{4} \div -2\sqrt[6]{2}$

e) $-4\sqrt[5]{2a} \div 2\sqrt[10]{2a}$, con $a \geq 0$.

Soluciones

1. Una manera de hacerlo es la siguiente:

a) $\sqrt[6]{3}$, $\sqrt[8]{2}$

Se expresan los radicales en notación de potencia.	$\sqrt[12]{x^5} = x^{\frac{5}{12}}$ $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$ $\sqrt[8]{x^5} = x^{\frac{5}{8}}$
Se hacen homogéneas las fracciones correspondientes a los exponentes.	MMC (6, 8) = 24 $3^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{4}{24}}$ $2^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{3}{24}}$
Se escriben las expresiones nuevamente en notación radical.	$3^{\frac{4}{24}} = \sqrt[24]{3^4} = \sqrt[24]{81}$ $\quad$ $2^{\frac{3}{24}} = \sqrt[24]{2^3} = \sqrt[24]{8}$

b) $\sqrt[12]{x^5}$, $\sqrt[3]{x^2}$, $\sqrt[8]{x^5}$, con $x \geq 0$.

Se expresan los radicales en notación de potencia.	$\sqrt[6]{3} = 3^{\frac{1}{6}}$ $\sqrt[8]{2} = 2^{\frac{1}{8}}$
Se hacen homogéneas las fracciones correspondientes a los exponentes.	MMC (3, 8, 12) = 24 $x^{\frac{5}{12}} = x^{\frac{10}{24}}$ $x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{16}{24}}$ $x^{\frac{5}{8}} = x^{\frac{15}{24}}$
Se escriben las expresiones nuevamente en notación radical.	$x^{\frac{10}{24}} = \sqrt[24]{x^{10}}$ $x^{\frac{16}{24}} = \sqrt[24]{x^{16}}$ $x^{\frac{15}{24}} = \sqrt[24]{x^{15}}$

c) $\sqrt{2m},\quad \sqrt[4]{m^3},\quad 2\sqrt[6]{2m}$, con $m \geq 0$.

Se expresan los radicales en notación de potencia.	$\sqrt{2m} = (2m)^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt[4]{m^3} = m^{\frac{3}{4}}$ $2\sqrt[6]{2m} = 2(2m)^{\frac{1}{6}}$
Se hacen homogéneas las fracciones correspondientes a los exponentes.	MMC (6, 8) = 12 $(2m)^{\frac{1}{2}} = (2m)^{\frac{6}{12}}$ $m^{\frac{3}{4}} = m^{\frac{9}{12}}$ $2(2m)^{\frac{1}{6}} = 2(2m)^{\frac{2}{12}}$
Se escriben las expresiones nuevamente en notación radical.	$(2m)^{\frac{6}{12}} = \sqrt[12]{(2m)^6}$ $= \sqrt[12]{64m^6}$ $m^{\frac{9}{12}} = \sqrt[12]{m^9}$ $2(2m)^{\frac{2}{12}} = 2\sqrt[12]{(2m)^2}$ $= 2\sqrt[12]{4m^2}$

d) $\sqrt[3]{\frac{1}{k}},\quad \sqrt[8]{\frac{2}{k^3}},\quad \sqrt{\frac{1}{k}}$, con $k > 0$.

Se expresan los radicales en notación de potencia.	$\sqrt[3]{\frac{1}{k}} = \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\quad \sqrt[8]{\frac{2}{k^3}} = \left(\frac{2}{k^3}\right)^{\frac{1}{8}}$ $\sqrt{\frac{1}{k}} = \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$
Se hacen homogéneas las fracciones correspondientes a los exponentes.	MMC (3, 8, 2) = 24 $\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{8}{24}}$ $\left(\frac{2}{k^3}\right)^{\frac{1}{8}} = \left(\frac{2}{k^3}\right)^{\frac{3}{24}}$ $\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{12}{24}}$

Se escriben las expresiones nuevamente en notación radical.	$\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{8}{24}} = \sqrt[24]{\left(\frac{1}{k}\right)^{8}} = \sqrt[24]{\frac{1}{k^{8}}}$ $\left(\frac{2}{k^3}\right)^{\frac{3}{24}} = \sqrt[24]{\left(\frac{2}{k^3}\right)^{3}} = \sqrt[24]{\frac{8}{k^{9}}}$ $\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{12}{24}} = \sqrt[24]{\left(\frac{1}{k}\right)^{12}} = \sqrt[24]{\frac{1}{k^{12}}}$

2. Una forma de realizar las operaciones es la siguiente:

a) $3\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{4}$

Se homogeneizan los radicales.	MMC (3, 4) = 12 $3\sqrt[3]{2} = 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 2^{\frac{4}{12}} = 3\sqrt[12]{2^4}$ $\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2^2} = 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{6}{12}} = \sqrt[12]{2^6}$
Se multiplican los radicales homogéneos.	$3\sqrt[12]{2^4} \cdot \sqrt[12]{2^6} = 3\sqrt[12]{2^4 \cdot 2^6} = 3\sqrt[12]{2^{10}} = 3\sqrt[6]{2^5} = 3\sqrt[6]{32}$

b) $\sqrt[3]{2x}\cdot 3\sqrt[6]{2x^3}$, con $x \geq 0$.

Se homogeneizan los radicales.	MMC (3, 6) = 6 $\sqrt[3]{2x} = (2x)^{\frac{1}{3}}$ $= (2x)^{\frac{2}{6}}$ $3\sqrt[6]{2x^3}$ $= \sqrt[6]{(2x)^2}$ $= \sqrt[6]{4x^2}$
Se multiplican los radicales homogéneos.	$\sqrt[6]{4x^2}\cdot\sqrt[6]{2x^3} = \sqrt[6]{4x^2\cdot 2x^3}$ $= \sqrt[6]{8x^5}$

c) $\sqrt[6]{ab}\cdot 2\sqrt[3]{a^2b}\cdot\sqrt[8]{a^5b^7}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Se homogeneizan los radicales.	MMC (3, 6, 8) = 24 $\sqrt[6]{ab} = (ab)^{\frac{1}{6}} = (ab)^{\frac{4}{24}} = \sqrt[24]{a^4b^4}$ $2\sqrt[3]{a^2b} = 2\cdot(a^2b)^{\frac{1}{3}} = 2\cdot(a^2b)^{\frac{8}{24}} = 2\sqrt[24]{a^{16}b^8}$ $\sqrt[8]{a^5b^7} = (a^5b^7)^{\frac{1}{8}} = (a^5b^7)^{\frac{3}{24}} = \sqrt[24]{a^{15}b^{21}}$
Se multiplican los radicales homogéneos.	$\sqrt[24]{a^4b^4}\cdot 2\sqrt[24]{a^{16}b^8}\cdot\sqrt[24]{a^{15}b^{21}} = 2\sqrt[24]{a^{35}b^{33}}$ $= 2ab\sqrt[24]{a^{11}b^9}$

d) $8\sqrt[3]{4} \div -2\sqrt[6]{2}$

Se homogeneizan los radicales.	MMC (3, 6) = 6 $8\sqrt[3]{4} = 8\sqrt[3]{2^2}$ $= 8\cdot 2^{\frac{2}{3}}$ $= 8\cdot 2^{\frac{4}{6}}$ $-2\sqrt[6]{2}$ $= 8\sqrt[6]{2^4}$ $= 8\sqrt[6]{16}$
Se dividen los radicales homogéneos.	$8\sqrt[6]{16} \div -2\sqrt[6]{2} = (8 \div -2)\sqrt[6]{16 \div 2}$ $= -4\sqrt[6]{8}$ $= -4\sqrt[6]{2^3}$ $= -4\sqrt{2}$

e) $-4\sqrt[5]{2a} \div 2\sqrt[10]{2a}$, con $a \geq 0$.

Se homogeneizan los radicales.	MMC (5, 10) = 10 $-4\sqrt[5]{2a} = -4 \cdot (2a)^{\frac{1}{5}}$ $= -4 \cdot (2a)^{\frac{2}{10}}$ $\quad 2\sqrt[10]{2a}$ $= -4\sqrt[10]{4a^2}$
Se dividen los radicales homogéneos.	$-4\sqrt[5]{2a} \div 2\sqrt[10]{2a} = -4\sqrt[10]{4a^2} \div 2\sqrt[10]{2a}$ $= (-4 \div 2)\sqrt[10]{4a^2 \div 2a}$ $= -2\sqrt[10]{2a}$