



MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE RADICALES HOMOGÉNEOS, RAÍZ DE UN PRODUCTO Y DE UN COCIENTE

Ejemplos

1. Simplifique la expresión $\sqrt[3]{x^6y^4}$.

Recuerde:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Solución

Se aplica la propiedad de la raíz de un producto:

$$\sqrt[3]{x^6y^4} = \sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[3]{y^4}$$

Se simplifica:

$$\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[3]{y^4} = \sqrt[3]{x^3 \cdot x^3} \cdot \sqrt[3]{y^3 \cdot y} = x \cdot x \cdot y\sqrt[3]{y} = x^2y\sqrt[3]{y}$$

2. Simplifique la expresión $\sqrt[4]{12a^6b^4}$ con $a \geq 0$, y $b \geq 0$.

Solución

Se aplica la propiedad de la raíz de un producto:

$$\sqrt[4]{12a^6b^4} = \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[4]{a^6} \cdot \sqrt[4]{b^4}$$

Se simplifica:

$$\sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[4]{a^6} \cdot \sqrt[4]{b^4} = \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[4]{a^4 \cdot a} \cdot \sqrt[4]{b^4} = \sqrt[4]{12} \cdot a\sqrt[4]{a} \cdot b = ab\sqrt[4]{12a}$$

3. Simplifique la expresión $\sqrt{36a^3 \cdot 18m^5}$ con $a \geq 0$, y $m \geq 0$.

Solución

Se aplica la propiedad de la raíz de un producto:

$$\sqrt{36a^3 \cdot 18m^5} = \sqrt{36a^3} \cdot \sqrt{18m^5}$$

Se simplifica:

$$\sqrt{36a^3} \cdot \sqrt{18m^5} = \sqrt{6^2 \cdot a^2 \cdot a} \cdot \sqrt{3^2 \cdot 2 \cdot m^4 \cdot m} = 6a\sqrt{a} \cdot 3m^2\sqrt{2m} = 18am^2\sqrt{2am}$$



4. Simplifique la expresión $\sqrt[3]{\frac{8a^3}{3b^5}}$ con $b \neq 0$.

Solución

Se aplica la propiedad de la raíz de un cociente:

$$\sqrt[3]{\frac{8a^3}{3b^5}} = \frac{\sqrt[3]{8a^3}}{\sqrt[3]{3b^5}}$$

Se simplifica:

$$\frac{\sqrt[3]{8a^3}}{\sqrt[3]{3b^5}} = \frac{\sqrt[3]{2^3 a^3}}{\sqrt[3]{3b^3 \cdot b^2}} = \frac{2a}{b\sqrt[3]{3b^2}}$$

Recuerde:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

5. Simplifique la expresión $\frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{16a^5m^8}{c^{12}}}$ con $a \geq 0$, $m \geq 0$ y $c > 0$.

Solución

Se aplica la propiedad de la raíz de un cociente:

$$\frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{16a^5m^8}{c^{12}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[4]{16a^5m^8}}{\sqrt[4]{c^{12}}}$$

Se simplifica:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[4]{16a^5m^8}}{\sqrt[4]{c^{12}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[4]{2^4 \cdot a^4 \cdot a \cdot m^8}}{\sqrt[4]{c^{12}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2am^2}{c^3} \sqrt[4]{a} = \frac{am^2}{c^3} \sqrt[4]{a}$$

6. Multiplique los radicales homogéneos: $\sqrt[3]{2m^2} \cdot \sqrt[3]{4m}$.

Solución

Se conserva el índice y se multiplican los subradicales:

$$\sqrt[3]{2m^2} \cdot \sqrt[3]{4m} = \sqrt[3]{2m^2 \cdot 2^2m} = \sqrt[3]{2^3m^3}$$

Se simplifica:

$$\sqrt[3]{2^3m^3} = 2m$$

Recuerde:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$



7. Multiplique los radicales homogéneos: $\sqrt[4]{8a^2b} \cdot \sqrt[4]{4a^3b^3}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Solución

Se conserva el índice y se multiplican los subradicales:

$$\sqrt[4]{8a^2b} \cdot \sqrt[4]{4a^3b^3} = \sqrt[4]{2^3 a^2 b \cdot 2^2 a^3 b^3} = \sqrt[4]{2^5 \cdot a^5 \cdot b^4}$$

Se simplifica:

$$\sqrt[4]{2^5 \cdot a^5 \cdot b^4} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2 \cdot a^4 \cdot a \cdot b^4} = 2ab\sqrt[4]{2a}$$

8. Divida los radicales homogéneos: $\sqrt{8ab^4} \div \sqrt{2a^2b}$, con $a > 0$ y $b > 0$.

Solución

Se conserva el índice y se dividen los subradicales:

$$\sqrt{8ab^4} \div \sqrt{2a^2b} = \sqrt{(8ab^4) \div (2a^2b)} = \sqrt{\frac{4b^3}{a}}$$

Recuerde:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Se simplifica:

$$\sqrt{\frac{4b^3}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot b^2 \cdot b}{a}} = 2b\sqrt{\frac{b}{a}}$$

9. Divida los radicales homogéneos: $\sqrt[3]{21a^4b^2} \div \sqrt[3]{-7ab}$, con $a \neq 0$ y $b \neq 0$.

Solución

Se conserva el índice y se dividen los subradicales:

$$\sqrt[3]{21a^4b^2} \div \sqrt[3]{-7ab} = \sqrt[3]{(21a^4b^2) \div (-7ab)} = \sqrt[3]{-3a^3b}$$

Se simplifica:

$$\sqrt[3]{-3a^3b} = -a\sqrt[3]{3b}$$



Ejercicios

1. Simplifique las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[3]{-8m^9 \cdot 2m^3}$

b) $\sqrt[4]{16a^2b \cdot 4ab^3}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$

c) $-2\sqrt[3]{18a^5b^3} \cdot -12a^2$

d) $\sqrt{\frac{16a^4b^8}{12a^3c^4}}$, con $a > 0$, $b \geq 0$ y $c > 0$

e) $\sqrt[3]{(1024m^3n^2) \div (-8m^6n)}$, con $m \neq 0$ y $n \neq 0$

2. Resuelva las siguientes multiplicaciones:

a) $\sqrt[4]{32m^3} \cdot \sqrt[4]{2m}$, con $m \geq 0$

b) $-2\sqrt[5]{64a^3b} \cdot -3\sqrt[5]{2a^2b^4}$

c) $-\sqrt[3]{125x^3} \cdot \sqrt[3]{5x^2} \cdot -7\sqrt[3]{8x^2y^3}$

3. Resuelva las siguientes divisiones:

a) $\sqrt[3]{64m^7} \div \sqrt[3]{m^4}$, con $m \neq 0$

b) $\frac{\sqrt{75a^6b^7}}{\sqrt{5a^4b}}$, con $a > 0$ y $b > 0$

c) $\sqrt[5]{-81x^{11}y^7} \div \sqrt[5]{3^{-1}x^{-1}y}$, con $x \neq 0$ y $y \neq 0$



Soluciones

1. Se puede realizar de la siguiente manera:

a) $\sqrt[3]{-8m^9 \cdot 2m^3}$

Se aplica la propiedad de la raíz de un producto:

$$\sqrt[3]{-8m^9 \cdot 2m^3} = \sqrt[3]{-8m^9} \cdot \sqrt[3]{2m^3}$$

Se simplifica:

$$\sqrt[3]{-8m^9} \cdot \sqrt[3]{2m^3} = \sqrt[3]{-2^3m^9} \cdot \sqrt[3]{2m^3} = -2m^3 \cdot m\sqrt[3]{2} = -2m^4\sqrt[3]{2}$$

b) $\sqrt[4]{16a^2b \cdot 4ab^3}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$

Se aplica la propiedad de la raíz de un producto:

$$\sqrt[4]{16a^2b \cdot 4ab^3} = \sqrt[4]{16a^2b} \cdot \sqrt[4]{4ab^3} = \sqrt[4]{2^4a^2b} \cdot \sqrt[4]{4ab^3}$$

Se simplifica:

$$\sqrt[4]{2^4a^2b} \cdot \sqrt[4]{4ab^3} = 2\sqrt[4]{a^2b} \cdot \sqrt[4]{4ab^3} = 2\sqrt[4]{4a^3b^4} = 2b\sqrt[4]{4a^3}$$

c) $-2\sqrt[3]{18a^5b^3 \cdot -12a^2}$

Se aplica la propiedad de la raíz de un producto:

$$-2\sqrt[3]{18a^5b^3 \cdot -12a^2} = -2\sqrt[3]{18a^5b^3} \cdot \sqrt[3]{-12a^2}$$

Se simplifica:

$$\begin{aligned} -2\sqrt[3]{18a^5b^3} \cdot \sqrt[3]{-12a^2} &= -2\sqrt[3]{2 \cdot 3^2 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^3} \cdot \sqrt[3]{-3 \cdot 2^2a^2} \\ &= -2ab\sqrt[3]{2 \cdot 3^2 \cdot a^2} \cdot \sqrt[3]{-3 \cdot 2^2a^2} \\ &= -2ab\sqrt[3]{-2^3 \cdot 3^3 \cdot a^3 \cdot a} \\ &= -2 \cdot ab \cdot -2 \cdot 3 \cdot a\sqrt[3]{a} \\ &= 12a^2b\sqrt[3]{a} \end{aligned}$$

d) $\sqrt{\frac{16a^4b^8}{12a^3c^4}}$, con $a > 0$, $b \geq 0$ y $c > 0$

Se aplica la propiedad de la raíz de un cociente:

$$\sqrt{\frac{16a^4b^8}{12a^3c^4}} = \frac{\sqrt{16a^4b^8}}{\sqrt{12a^3c^4}}$$



Se simplifica:

$$\frac{\sqrt{16a^4b^8}}{\sqrt{12a^3c^4}} = \frac{\sqrt{2^4a^4b^8}}{\sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot a \cdot c^4}} = \frac{2^2a^2b^4}{2ac^2\sqrt{3a}} = \frac{2ab^4}{c^2\sqrt{3a}}$$

e) $\sqrt[3]{(1024m^3n^2) \div (-8m^6n)}$, con $m \neq 0$ y $n \neq 0$

Se aplica la propiedad de la raíz de un cociente:

$$\sqrt[3]{(1024m^3n^2) \div (-8m^6n)} = \sqrt[3]{1024m^3n^2} \div \sqrt[3]{-8m^6n}$$

Se simplifica:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{1024m^3n^2} \div \sqrt[3]{-8m^6n} &= \sqrt[3]{2^9 \cdot 2m^3n^2} \div \sqrt[3]{-2^3m^6n} \\ &= 2^3m\sqrt[3]{2n^2} \div -2m^2\sqrt[3]{n} \\ &= \frac{-4\sqrt[3]{2n}}{m} \end{aligned}$$

2. Es posible realizarlas de la siguiente forma:

a) $\sqrt[4]{32m^3} \cdot \sqrt[4]{2m}$, con $m \geq 0$

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{32m^3} \cdot \sqrt[4]{2m} &= \sqrt[4]{(32m^3)(2m)} \\ &= \sqrt[4]{(2^5m^3)(2m)} \\ &= \sqrt[4]{2^6m^4} \\ &= \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2m^4} \\ &= 2m\sqrt[4]{2^2} \\ &= 2m\sqrt{2} \end{aligned}$$

b) $-2\sqrt[5]{64a^3b} \cdot -3\sqrt[5]{2a^2b^4}$

$$\begin{aligned} -2\sqrt[5]{64a^3b} \cdot -3\sqrt[5]{2a^2b^4} &= -2 \cdot -3\sqrt[5]{(64a^3b)(2a^2b^4)} \\ &= 6\sqrt[5]{(2^6a^3b)(2a^2b^4)} \\ &= 6\sqrt[5]{2^7a^5b^5} \\ &= 6\sqrt[5]{2^5 \cdot 2^2a^5b^5} \\ &= 12ab^5\sqrt[5]{4} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{c) } & -\sqrt[3]{125x^3} \cdot \sqrt[3]{5x^2} \cdot -\sqrt[3]{8x^2y^3} \\
 & -\sqrt[3]{125x^3} \cdot \sqrt[3]{5x^2} \cdot -\sqrt[3]{8x^2y^3} = -1 \cdot -\sqrt[3]{(125x^3)(5x^2)(8x^2y^3)} \\
 & = \sqrt[3]{(5^3x^3)(5x^2)(2^3x^2y^3)} \\
 & = \sqrt[3]{5^4 \cdot 2^3 x^7 y^3} \\
 & = \sqrt[3]{5^3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot x^6 \cdot x \cdot y^3} \\
 & = 7 \cdot 5 \cdot 2x^2y^3\sqrt{5x} \\
 & = 70x^2y^3\sqrt{5x}
 \end{aligned}$$

3. Resuelva las siguientes divisiones:

a) $\sqrt[3]{64m^7} \div \sqrt[3]{m^4}$, con $m \neq 0$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{64m^7} \div \sqrt[3]{m^4} &= \sqrt[3]{\frac{64m^7}{m^4}} \\
 &= \sqrt[3]{2^6 m^3} \\
 &= 2^2 m \\
 &= 4m
 \end{aligned}$$

b) $\frac{\sqrt{75a^6b^7}}{\sqrt{5a^4b}}$, con $a > 0$ y $b > 0$

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{75a^6b^7}}{\sqrt{5a^4b}} &= \sqrt{\frac{75a^6b^7}{5a^4b}} \\
 &= \sqrt{15a^2b^6} \\
 &= ab^3\sqrt{15}
 \end{aligned}$$

c) $\sqrt[5]{-81x^{11}y^7} \div \sqrt[5]{3^{-1}x^{-1}y}$, con $x \neq 0$ y $y \neq 0$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[5]{-81x^{11}y^7} \div \sqrt[5]{3^{-1}x^{-1}y} &= \sqrt[5]{\frac{-81x^{11}y^7}{3^{-1}x^{-1}y}} \\
 &= \sqrt[5]{\frac{-3^4x^{11}y^7}{3^{-1}x^{-1}y}} \\
 &= \sqrt[5]{-3^5x^{12}y^6} \\
 &= \sqrt[5]{-3^5x^{10} \cdot x^2 \cdot y^5 \cdot y} \\
 &= -3x^2y^3\sqrt{x^2y}
 \end{aligned}$$