SUMA Y RESTA DE RADICALES SEMEJANTES

Ejemplos

1. Realice la suma de radicales $-6\sqrt{2}+7\sqrt{2}$.

Solución

Se suman los coeficientes numéricos.

$$-6\sqrt{2}+7\sqrt{2}=(-6+7)\sqrt{2}=\sqrt{2}$$

Se conserva el radical semejante.

Por lo tanto, $-6\sqrt{2}+7\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

2. Realice la resta de radicales $8\sqrt{3m}-15\sqrt{3m}$, con $m\geq 0$.

Solución

Se restan los coeficientes numéricos.

$$8\sqrt{3m}-15\sqrt{3m}=(8-15)\sqrt{3m}=-7\sqrt{3m}$$

Se conserva el radical semejante.

Por lo tanto, $8\sqrt{3m}-15\sqrt{3m}=-7\sqrt{3m}$.

3. Realice la adición de radicales $-14\sqrt{12}+5\sqrt{3}$.

Solución

Se simplifica el primer radical para observar si es semejante con el segundo:

$$\begin{aligned}-14\sqrt{12}&=-14\sqrt{2^2\cdot 3}\\&=-14\cdot 2\sqrt{3}\\&=-28\sqrt{3}\end{aligned}$$

Se suman los radicales semejantes obtenidos:

$$\begin{aligned} -14\sqrt{12}+5\sqrt{3} &= -28\sqrt{3}+5\sqrt{3} \\ &= (-28+5)\sqrt{3} \\ &= -23\sqrt{3} \end{aligned}$$

4. Realice la sustracción de radicales $-5a\sqrt{8x^3}-2a\sqrt{2x^3}$.

Solución

Se simplifican los radicales para observar si son semejantes:

$-5a\sqrt{8x^3} = -5a\sqrt{2^2\cdot 2\cdot x^2\cdot x}$ $= -5a\cdot 2\cdot x\sqrt{2x}$ $= -10ax\sqrt{2x}$	$-2a\sqrt{2x^3} = -2a\sqrt{2\cdot x^2\cdot x}$ $= -2a\cdot x\sqrt{2x}$ $= -2ax\sqrt{2x}$

Se suman los radicales semejantes obtenidos:

$$\begin{aligned} -5a\sqrt{8x^3}-2a\sqrt{2x^3} &= -10ax\sqrt{2x}-2ax\sqrt{2x} \\ &= (-10ax-2ax)\sqrt{2x} \\ &= -12ax\sqrt{2x} \end{aligned}$$

5. Resuelva la operación $-2\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{250}$.

Solución

Se simplifican los radicales para observar si son semejantes:

$-2\sqrt[3]{54} = -2\sqrt[3]{2\cdot 3^3}$ $= -2\cdot 3\sqrt[3]{2}$ $= -6\sqrt[3]{2}$	$-\sqrt[3]{16} = -\sqrt[3]{2^3\cdot 2}$ $= -2\sqrt[3]{2}$	$3\sqrt[3]{250} = 3\sqrt[3]{2\cdot 5^3}$ $= 3\cdot 5\sqrt[3]{2}$ $= 15\sqrt[3]{2}$

Se suman los radicales semejantes obtenidos:

$$\begin{aligned} -2\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{250} &= -6\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}+15\sqrt[3]{2} \\ &= (-6-2+15)\sqrt[3]{2} \\ &= 7\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

6. Realice la operación $-5\sqrt{45a^2b^3}+a\sqrt{5b^3}-2\sqrt{180a^3b^3}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Solución

Se simplifican los radicales para observar si son semejantes:

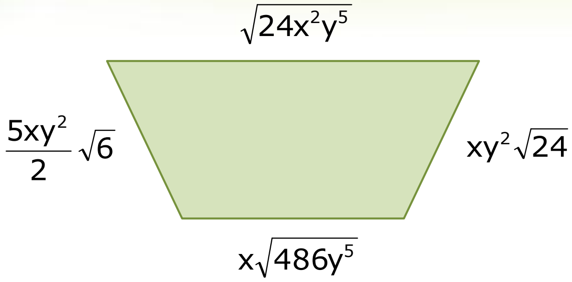
$\begin{aligned} -5\sqrt{45a^2b^3} &= -5\sqrt{3^2\cdot 5\cdot a^2\cdot b^2\cdot b} \\ &= -5\cdot 3\cdot a\cdot b\sqrt{5b} \\ &= -15ab\sqrt{5b} \end{aligned}$	$\begin{aligned} a\sqrt{5b^3} &= a\sqrt{5\cdot b^2\cdot b} \\ &= ab\sqrt{5b} \end{aligned}$
$\begin{aligned} -2\sqrt{180a^3b^3} &= -2\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5\cdot a^2\cdot a\cdot b^2\cdot b} \\ &= -2\cdot 2\cdot 3\cdot a\cdot b\sqrt{5ab} \\ &= -12ab\sqrt{5ab} \end{aligned}$	

Se suman los radicales semejantes obtenidos:

$$\begin{aligned} -5\sqrt{45a^2b^3}+a\sqrt{5b^3}-2\sqrt{180a^3b^3} &= -15ab\sqrt{5b}+ab\sqrt{5b}-12ab\sqrt{5ab} \\ &= (-15ab+ab)\sqrt{5b}-12ab\sqrt{5ab} \\ &= -14ab\sqrt{5b}-12ab\sqrt{5ab} \end{aligned}$$

Se suman solo los radicales que son semejantes.

7. Determine el perímetro del cuadrilátero.



Solución

El perímetro del cuadrilátero se determina sumando todos los lados:

$$\frac{5xy^2}{2}\sqrt{6} + x\sqrt{486y^5} + xy^2\sqrt{24} + \sqrt{24x^2y^5}$$

$$= \frac{5xy^2}{2}\sqrt{6} + x\sqrt{6 \cdot 3^4 \cdot y^4 \cdot y} + xy^2\sqrt{6 \cdot 2^2} + \sqrt{6 \cdot 2^2 \cdot x^2 \cdot y^4 \cdot y}$$

$$= \frac{5xy^2}{2}\sqrt{6} + x \cdot 3^2 \cdot y^2\sqrt{6y} + xy^2 \cdot 2\sqrt{6} + 2 \cdot x \cdot y^2\sqrt{6y}$$

$$= \underbrace{\frac{5xy^2}{2}\sqrt{6}} + \underbrace{9xy^2\sqrt{6y}} + \underbrace{2xy^2\sqrt{6}} + \underbrace{2xy^2\sqrt{6y}}$$

$$= \underbrace{\frac{5xy^2}{2}\sqrt{6} + 2xy^2\sqrt{6}} + \underbrace{9xy^2\sqrt{6y} + 2xy^2\sqrt{6y}}$$

Se suman solo los radicales que son semejantes.

$$= \frac{9xy^2}{2}\sqrt{6} + 11xy^2\sqrt{6y}$$

El perímetro del cuadrilátero es $\frac{9xy^2}{2}\sqrt{6} + 11xy^2\sqrt{6y}$.

Ejercicios

1. Realice las siguientes operaciones:

a) $-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}$

b) $-8\sqrt[4]{3}-12\sqrt[4]{3}-2\sqrt[4]{3}$

c) $2\sqrt[3]{4m}-6\sqrt[3]{4m}+7\sqrt[3]{4m}-\sqrt[3]{4m}$

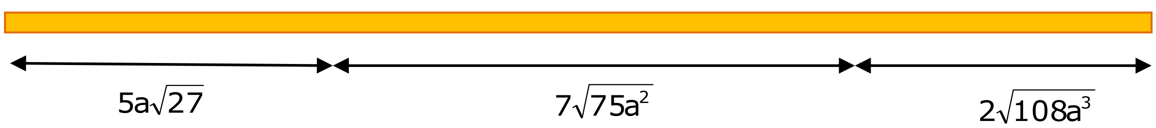
d) $2\sqrt{12}-\sqrt{27}-2\sqrt{75}$

e) $-3\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[6]{4}$

f) $-\sqrt{27a^3b^7}-4ab^3\sqrt{27ab}-2b^2\sqrt{75a^3b^3}$, con $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

g) $\dfrac{3}{2}\sqrt{16x^3}-\dfrac{1}{4}\sqrt{25x}+2\sqrt{xy^4}$, con $x \geq 0$ y $y \geq 0$.

2. Determine la longitud total de la cuerda si $a \in N$.



Soluciones

1. Una forma de realizar las operaciones es la siguiente:

a) $-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}$

Se suman los coeficientes numéricos.

$$-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\qquad (-3+2-1)\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$$

Se conserva el radical semejante.

Por lo tanto, $-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$.

b) $-8\sqrt[4]{3}-12\sqrt[4]{3}-2\sqrt[4]{3}$

Se suman los coeficientes numéricos.

$$-8\sqrt[4]{3}-12\sqrt[4]{3}-2\sqrt[4]{3}=\qquad (-8-12-2)\sqrt[4]{3}=-22\sqrt[4]{3}$$

Se conserva el radical semejante.

Por lo tanto, $-8\sqrt[4]{3}-12\sqrt[4]{3}-2\sqrt[4]{3}=-22\sqrt[4]{3}$.

c) $2\sqrt[3]{4m}-6\sqrt[3]{4m}+7\sqrt[3]{4m}-\sqrt[3]{4m}$

Se suman los coeficientes numéricos

$$2\sqrt[3]{4m}-6\sqrt[3]{4m}+7\sqrt[3]{4m}-\sqrt[3]{4m}=\qquad (2-6+7-1)\sqrt[3]{4m}=2\sqrt[3]{4m}$$

Se conserva el radical semejante.

Por lo tanto, $2\sqrt[3]{4m}-6\sqrt[3]{4m}+7\sqrt[3]{4m}-\sqrt[3]{4m}=2\sqrt[3]{4m}$.

d) $2\sqrt{12}-\sqrt{27}-2\sqrt{75}$

$$\begin{aligned}2\sqrt{12}-\sqrt{27}-2\sqrt{75}&=2\sqrt{2^2\cdot 3}-\sqrt{3^2\cdot 3}-2\sqrt{5^2\cdot 3}\\&=2\cdot 2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-2\cdot 5\sqrt{3}\\&=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}-10\sqrt{3}\\&=(4-3-10)\sqrt{3}\\&=-9\sqrt{3}\end{aligned}$$

e) $-3\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[6]{4}$

$$\begin{aligned}-3\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[6]{4}&=-3\sqrt[3]{5^3\cdot 2}+\sqrt[3]{2^3\cdot 2}-\sqrt[6]{2^2}\\&=-3\cdot 5\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{2}\\&=-15\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{2}\\&=(-15+2-1)\sqrt[3]{2}\\&=-14\sqrt[3]{2}\end{aligned}$$

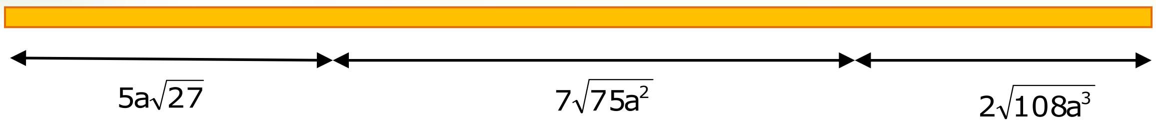
f) $-\sqrt{27a^3b^7}-4ab^3\sqrt{27ab}-2b^2\sqrt{75a^3b^3}$, con $a\geq 0$ y $b\geq 0$.

$$\begin{aligned}&-\sqrt{27a^3b^7}-4ab^3\sqrt{27ab}-2b^2\sqrt{75a^3b^3}\\&=-\sqrt{3^2\cdot 3\cdot a^2\cdot a\cdot b^6\cdot b}-4ab^3\sqrt{3^2\cdot 3\cdot ab}-2b^2\sqrt{5^2\cdot 3\cdot a^2\cdot a\cdot b^2\cdot b}\\&=-3ab^3\sqrt{3ab}-4ab^3\cdot 3\sqrt{3ab}-2b^2\cdot 5ab\sqrt{3ab}\\&=-3ab^3\sqrt{3ab}-12ab^3\sqrt{3ab}-10ab^3\sqrt{3ab}\\&=(-3ab^3-12ab^3-10ab^3)\sqrt{3ab}\\&=-25ab^3\sqrt{3ab}\end{aligned}$$

g) $\frac{3}{2}\sqrt{16x^3}-\frac{1}{4}\sqrt{25x}+2\sqrt{xy^4}$, con $x\geq 0$ y $y\geq 0$.

$$\begin{aligned}\frac{3}{2}\sqrt{16x^3}-\frac{1}{4}\sqrt{25x}+2\sqrt{xy^4}&=\frac{3}{2}\sqrt{2^4\cdot x^2\cdot x}-\frac{1}{4}\sqrt{5^2\cdot x}+2\sqrt{xy^4}\\&=\frac{3}{2}\cdot 2^2x\sqrt{x}-\frac{1}{4}\cdot 5\sqrt{x}+2\cdot y^2\sqrt{x}\\&=\frac{12x}{2}\sqrt{x}-\frac{5}{4}\sqrt{x}+2y^2\sqrt{x}\\&=\left(6x-\frac{5}{4}+2y^2\right)\sqrt{x}\end{aligned}$$

2. Determine la longitud total de la cuerda, si $a \in \mathbb{N}$.



Se suman las tres longitudes:

$$
\begin{aligned}
5a\sqrt{27} + 7\sqrt{75a^2} + 2\sqrt{108a^3} &= 5a\sqrt{3^2 \cdot 3} + 7\sqrt{5^2 \cdot 3 \cdot a^2} + 2\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot a} \\
&= 5a \cdot 3\sqrt{3} + 7 \cdot 5a\sqrt{3} + 2 \cdot 2 \cdot 3a\sqrt{3a} \\
&= 15a\sqrt{3} + 35a\sqrt{3} + 12a\sqrt{3a} \\
&= (15a + 35a)\sqrt{3} + 12a\sqrt{3a} \\
&= 50a\sqrt{3} + 12a\sqrt{3a}
\end{aligned}
$$

La longitud de la cuerda es $50a\sqrt{3} + 12a\sqrt{3a}$.