



SIMPLIFICACIÓN DE RADICALES

Ejemplos

1. Simplifique la expresión $\sqrt[3]{x^6}$.

Solución

$$\sqrt[3]{x^6} = \sqrt[3]{x^3 \cdot x^3} = x \cdot x = x^2$$

2. Simplifique la expresión $\sqrt[9]{64}$.

Solución

Se factoriza el subradical:

$$\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6}$$

Se dividen el índice y el exponente del subradical por el mismo número natural:

$$\sqrt[9]{2^6} = \sqrt[9 \div 3]{2^{6 \div 3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

Por lo tanto, $\sqrt[9]{64} = \sqrt[3]{4}$.

3. Simplifique la expresión $\sqrt{27x^3}$, con $x \geq 0$.

Solución

Se factoriza el subradical y se simplifica:

$$\begin{aligned} \sqrt{27x^3} &= \sqrt{3^2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x} \\ &= 3x\sqrt{3x} \end{aligned}$$

4. Simplifique la expresión $\sqrt[3]{-8a^5b^4}$.

Solución

Se factoriza el subradical y se simplifica:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{-8a^5b^4} &= \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot b} \\ &= -2ab^3\sqrt[3]{a^2b} \end{aligned}$$



5. Simplifique la expresión $\sqrt[3]{\frac{n^2}{54b^5}}$, con $b \neq 0$.

Solución

Se factoriza el subradical y se simplifica:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\frac{n^2}{54b^5}} &= \sqrt[3]{\frac{n^2}{2 \cdot 3^3 \cdot b^3 \cdot b^2}} \\ &= \frac{1}{3b} \sqrt[3]{\frac{n^2}{2b^2}}\end{aligned}$$

6. Simplifique la expresión $\sqrt[6]{\frac{256a^3b^{10}}{c^9}}$, con $a \geq 0$, $b \geq 0$ y $c > 0$.

Solución

Se factoriza el subradical y se simplifica:

$$\begin{aligned}\sqrt[6]{\frac{256a^3b^{10}}{c^9}} &= \sqrt[6]{\frac{2^8a^3b^{10}}{c^9}} \\ &= \sqrt[6]{\frac{2^6 \cdot 2^2 \cdot a^3 \cdot b^6 \cdot b^4}{c^6 \cdot c^3}} \\ &= \frac{2b}{c} \sqrt[6]{\frac{2^2 \cdot a^3 \cdot b^4}{c^3}} \\ &= \frac{2b}{c} \sqrt[6]{\frac{4a^3b^4}{c^3}}\end{aligned}$$



Ejercicios

1. Simplifique las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[3]{m^9}$

b) $\sqrt[4]{36a^2}$, con $a \geq 0$

c) $-2\sqrt[3]{a^3b^5}$

d) $\sqrt{\frac{8a^3}{b}}$, con $a \geq 0$ y $b > 0$

e) $\sqrt[3]{\frac{1024a^6b^9}{c^{12}}}$, con $c \neq 0$

f) $-3\sqrt{\frac{27m^5c^7}{8}}$, con $m \geq 0$ y $c \geq 0$

g) $\frac{m}{2}\sqrt[5]{224m^{-9}}$, con $m \neq 0$

h) $-2\sqrt[3]{-27x^6y^9}$



Soluciones

1. Una manera de simplificar es la que se muestra a continuación:

a) $\sqrt[3]{m^9}$

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{m^9} &= \sqrt[3]{m^3 \cdot m^3 \cdot m^3} \\ &= m \cdot m \cdot m \\ &= m^3\end{aligned}$$

b) $\sqrt[4]{36a^2}$, con $a \geq 0$

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{36a^2} &= \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2 \cdot a^2} \\ &= \sqrt{2 \cdot 3 \cdot a} \\ &= \sqrt{6a}\end{aligned}$$

c) $-2\sqrt[3]{a^3b^5}$

$$\begin{aligned}-2\sqrt[3]{a^3b^5} &= -2\sqrt[3]{a^3 \cdot b^3 \cdot b^2} \\ &= -2 \cdot a \cdot b \sqrt[3]{b^2} \\ &= -2ab\sqrt[3]{b^2}\end{aligned}$$

d) $\sqrt{\frac{8a^3}{b}}$, con $a \geq 0$ y $b > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{8a^3}{b}} &= \sqrt{\frac{2^2 \cdot 2 \cdot a^2 \cdot a}{b}} \\ &= 2 \cdot a \sqrt{\frac{2 \cdot a}{b}} \\ &= 2a\sqrt{\frac{2a}{b}}\end{aligned}$$



$$e) \sqrt[3]{\frac{1024a^6b^9}{c^{12}}}, \text{ con } c \neq 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\frac{1024a^6b^9}{c^{12}}} &= \sqrt[3]{\frac{2^{10}a^6b^9}{c^{12}}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{2^9 \cdot 2 \cdot a^6 \cdot b^9}{c^{12}}} \\ &= \frac{2^3 \cdot a^2 \cdot b^3}{c^4} \sqrt[3]{2} \\ &= \frac{8a^2b^3}{c^4} \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

$$f) -3\sqrt{\frac{27m^5c^7}{8}}, \text{ con } m \geq 0 \text{ y } c \geq 0$$

$$\begin{aligned} -3\sqrt{\frac{27m^5c^7}{8}} &= -3\sqrt{\frac{3^3m^5c^7}{2^3}} \\ &= -3\sqrt{\frac{3^2 \cdot 3 \cdot m^4 \cdot m \cdot c^6 \cdot c}{2^2 \cdot 2}} \\ &= -3 \cdot \frac{3 \cdot m^2 \cdot c^3}{2} \sqrt{\frac{3 \cdot m \cdot c}{2}} \\ &= \frac{-9m^2c^3}{2} \sqrt{\frac{3mc}{2}} \end{aligned}$$

$$g) \frac{m}{2} \sqrt[5]{224m^{-9}}, \text{ con } m \neq 0$$

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} \sqrt[5]{224m^{-9}} &= \frac{m}{2} \sqrt[5]{\frac{224}{m^9}} \\ &= \frac{m}{2} \sqrt[5]{\frac{2^5 \cdot 7}{m^5 \cdot m^4}} \\ &= \frac{m}{2} \cdot \frac{2}{m} \sqrt[5]{\frac{7}{m^4}} \\ &= \sqrt[5]{\frac{7}{m^4}} \end{aligned}$$

$$h) -2\sqrt[3]{-27x^6y^9}$$

$$\begin{aligned} -2\sqrt[3]{-27x^6y^9} &= -2\sqrt[3]{(-3)^3x^6y^9} \\ &= -2 \cdot -3 \cdot x^2 \cdot y^3 \\ &= 6x^2y^3 \end{aligned}$$