MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos

1. Encuentre el resultado simplificado de la operación $\dfrac{x^2-1}{x+2}\cdot\dfrac{2x+4}{x^2+3x+2}$.

Solución

Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(x^2-1)(2x+4)}{(x+2)(x^2+3x+2)}$$

Para factorizar el numerador se usa el método de diferencia de cuadrados y el de factor común. Para factorizar el denominador se usa el método de inspección.

$$\frac{(x+1)(x-1)2(x+2)}{(x+2)(x+1)(x+2)}$$

Finalmente se simplifican los factores marcados con color.

$$\frac{(x+1)(x-1)2(x+2)}{(x+2)(x+1)(x+2)}=\frac{2(x-1)}{(x+2)}$$

$$=\frac{2x-2}{x+2}$$

Por lo tanto, $\dfrac{x^2-1}{x+2}\cdot\dfrac{2x+4}{x^2+3x+2}=\dfrac{2x-2}{x+2}$.

2. Encuentre el resultado simplificado de la operación $\dfrac{m^2+2m+1}{m^2-2m-3}\cdot\dfrac{m^2-9}{m+1}$.

Solución

Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(m^2+2m+1)(m^2-9)}{(m^2-2m-3)(m+1)}$$

Para factorizar el numerador se usa la primera fórmula notable y el método de diferencia de cuadrados. Para factorizar el denominador se usa el método de inspección.

$$\frac{(m+1)^2(m+3)(m-3)}{(m-3)(m+1)(m+1)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(m+1)^2(m+3)(m-3)}{(m-3)(m+1)(m+1)}=m+3$$

Por lo tanto, $\dfrac{m^2+2m+1}{m^2-2m-3}\cdot\dfrac{m^2-9}{m+1}=m+3$.

3. Encuentre el resultado simplificado de la operación $\dfrac{c^2-b^2}{c^2+2cb+b^2}\cdot\dfrac{bc+b^2}{bc-b^2}$

Solución

Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(c^2-b^2)(bc+b^2)}{(c^2+2cb+b^2)(bc-b^2)}$$

Se factoriza el numerador usando el método de diferencia de cuadrados y el método de factor común. Se factoriza el denominador usando primera fórmula notable y factor común.

$$\frac{(c+b)(c-b)b(c+b)}{(c+b)^2b(c-b)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(c+b)(c-b)b(c+b)}{(c+b)^2b(c-b)}=1$$

Por lo tanto, $\dfrac{c^2-b^2}{c^2+2cb+b^2}\cdot\dfrac{bc+b^2}{bc-b^2}=1$.

4. Encuentre el resultado simplificado de la operación

$$\frac{k^2-2k-24}{k^2-5k-6}\cdot\frac{k^2+5k+4}{k^2+k-12}.$$

Solución

Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(k^2-2k-24)(k^2+5k+4)}{(k^2-5k-6)(k^2+k-12)}$$

Se factoriza tanto el numerador como el denominador por el método de inspección.

$$\frac{(k-6)(k+4)(k+4)(k+1)}{(k-6)(k+1)(k+4)(k-3)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(k-6)(k+4)(k+4)(k+1)}{(k-6)(k+1)(k+4)(k-3)}=\frac{k+4}{k+3}$$

Por lo tanto, $\dfrac{k^2-2k-24}{k^2-5k-6}\cdot\dfrac{k^2+5k+4}{k^2+k-12}=\dfrac{k+4}{k+3}$.

Ejercicios

1. Encuentre el resultado simplificado de cada una de las siguientes operaciones.

a) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2+x}\cdot\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4x+3}\cdot\dfrac{x^2-x}{x+2}$

b) $\dfrac{m^2-4}{m-3}\cdot\dfrac{m^2-9}{m+2}$

c) $\dfrac{b^2-1}{b^2+2b+1}\cdot\dfrac{b^2+3b+2}{b^2+b-2}$

d) $\dfrac{x^2-1}{x^2+5x+6}\cdot\dfrac{x^2-9}{x^2-3x+2}\cdot\dfrac{x^2-4}{x^2-2x+3}$

e) $\dfrac{x^2+x}{x^2+2x+1}\cdot\dfrac{x+1}{x^2}$

f) $\dfrac{2x^2-3x-2}{x^2-4}\cdot\dfrac{2x+4}{2x^3+x^2}$

g) $\dfrac{m^3-b^3}{m^3-m^2b}\cdot\dfrac{m^2+m^2b}{m^2b+mb^2+b^3}$

h) $\dfrac{y^2+y-6}{y+1}\cdot\dfrac{y^2+y}{y^2+3y}$

Soluciones

1. A continuación se muestra una forma de realizar las operaciones.

a) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(x^2-x-6)(x^2-x-2)(x^2-x)}{(x^2+x)(x^2-4x+3)(x+2)}$$

Se factoriza el numerador usando los métodos de inspección y de factor común. El denominador también se factoriza por factor común e inspección.

$$\frac{(x-3)(x+2)(x-2)(x+1)x(x-1)}{x(x+1)(x-3)(x-1)(x+2)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(x-3)(x+2)(x-2)(x+1)x(x-1)}{x(x+1)(x-3)(x-1)(x+2)}=x-2$$

Por lo tanto, $\dfrac{x^2-x-6}{x^2+x}\cdot\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4x+3}\cdot\dfrac{x^2-x}{x+2}=x-2$.

b) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(m^2-4)(m^2-9)}{(m-3)(m+2)}$$

Se factoriza el numerador usando diferencia de cuadrados.

$$\frac{(m+2)(m-2)(m+3)(m-3)}{(m-3)(m+2)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\begin{aligned}\frac{(m+2)(m-2)(m+3)(m-3)}{(m-3)(m+2)}&=(m-2)(m+3)\\&=m^2+m-6\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\dfrac{m^2-4}{m-3}\cdot\dfrac{m^2-9}{m+2}=m^2+m-6$.

c) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{\left(b^2-1\right)\left(b^2+3b+2\right)}{\left(b^2+2b+1\right)\left(b^2+b-2\right)}$$

Se factoriza el numerador usando los métodos de diferencia de cuadrados e inspección. El denominador se factoriza por primera fórmula notable e inspección.

$$\frac{(b+1)(b-1)(b+2)(b+1)}{(b+1)^2(b+2)(b-1)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(b+1)(b-1)(b+2)(b+1)}{(b+1)^2(b+2)(b-1)}=1$$

Por lo tanto, $\dfrac{b^2-1}{b^2+2b+1}\cdot\dfrac{b^2+3b+2}{b^2+b-2}=1$.

d) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{\left(x^2-1\right)\left(x^2-9\right)\left(x^2-4\right)}{\left(x^2+5x+6\right)\left(x^2-3x+2\right)\left(x^2-2x+3\right)}$$

Se factoriza el numerador usando el método de diferencia de cuadrados. El denominador se factoriza por inspección.

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}{(x+2)(x+3)(x-2)(x-1)(x-3)(x+1)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}{(x+2)(x+3)(x-2)(x-1)(x-3)(x+1)}=1$$

Por lo tanto, $\dfrac{x^2-1}{x^2+5x+6}\cdot\dfrac{x^2-9}{x^2-3x+2}\cdot\dfrac{x^2-4}{x^2-2x+3}=1$.

e) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{\left(x^2+x\right)\left(x+1\right)}{\left(x^2+2x+1\right)x^2}$$

Se factoriza el numerador usando el método de factor común. El denominador se factoriza por primera fórmula notable.

$$\frac{x\left(x+1\right)\left(x+1\right)}{\left(x+1\right)^2x^2}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{x\left(x+1\right)\left(x+1\right)}{x^2\left(x+1\right)^2}=\frac{1}{x}$$

Por lo tanto, $\dfrac{x^2+x}{x^2+2x+1}\cdot\dfrac{x+1}{x^2}=\dfrac{1}{x}$.

f) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{\left(2x^2-3x-2\right)\left(2x+4\right)}{\left(x^2-4\right)\left(2x^3+x^2\right)}$$

Se factoriza el numerador usando el método de inspección y factor común. El denominador se factoriza por diferencia de cuadrados y factor común.

$$\frac{\left(2x+1\right)\left(x-2\right)2\left(x+2\right)}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)x^2\left(2x+1\right)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{\left(2x+1\right)\left(x-2\right)2\left(x+2\right)}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)x^2\left(2x+1\right)}=\frac{2}{x^2}$$

Por lo tanto, $\dfrac{2x^2-3x-2}{x^2-4}\cdot\dfrac{x+2}{2x^2+x}=\dfrac{2}{x^2}$.

g) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(m^3-b^3)(m^2+m^2b)}{(m^3-m^2b)(m^2b+mb^2+b^3)}$$

Se factoriza el numerador usando la fórmula para diferencia de cubos y factor común. El denominador se factoriza por factor común.

$$\frac{(m-b)(m^2+mb+b^2)m^2(1+b)}{m^2(m-b)b(m^2+mb+b^2)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(m-b)(m^2+mb+b^2)m^2(1+b)}{m^2(m-b)b(m^2+mb+b^2)}=\frac{1+b}{b}$$

Por lo tanto, $\frac{m^3-b^3}{m^3-m^2b}\cdot\frac{m^2+m^2b}{m^2b+mb^2+b^3}=\frac{1+b}{b}$.

h) Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$$\frac{(y^2+y-6)(y^2+y)}{(y+1)(y^2+3y)}$$

Se factoriza el numerador usando los métodos de inspección y de factor común. El denominador se factoriza por factor común.

$$\frac{(y+3)(y-2)y(y+1)}{(y+1)y(y+3)}$$

Finalmente se simplifica.

$$\frac{(y+3)(y-2)y(y+1)}{(y+1)y(y+3)}=y-2$$

Por lo tanto, $\frac{y^2+y-6}{y+1}\cdot\frac{y^2+y}{y^2+3y}=y-2$.