



POTENCIA CON EXPONENTE NEGATIVO

Ejemplos

1. Encuentre el resultado de la operación $\left(\frac{3^2}{2}\right)^{-2} + (3^2)^{-1}$.

Solución

Se aplica la ley de potencias para exponente negativo; es decir, se sustituye, en cada caso, la base por su recíproco (inverso multiplicativo) para cambiar el signo del exponente.

$$\left(\frac{2}{3^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3^2}\right)^1$$

Luego se calculan las dos potencias resultantes y por último se suman las cantidades.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{9}\right)^2 + \left(\frac{1}{9}\right)^1 &= \frac{2^2}{9^2} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{4}{81} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{13}{81} \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{3^2}{2}\right)^{-2} + (3^2)^{-1} = \frac{13}{81}$.



2. Simplifique al máximo la expresión $\left(\frac{\left(\frac{2}{5} \right)^{-2}}{2^{-3}} \right)^{-1}$.

Solución

Se aplica la ley de potencias para exponente negativo en el numerador y en el denominador, cambiando la base de la potencia por el inverso multiplicativo o recíproco.

$$\left(\frac{\left(\frac{5}{2} \right)^2}{\left(\frac{1}{2} \right)^3} \right)^{-1}$$

Se resuelven las potencias y la división que está dentro del paréntesis.

$$\begin{aligned} \left(\frac{5^2}{2^2} \right)^{-1} &= \left(\frac{25}{4} \right)^{-1} \\ \left(\frac{1^3}{2^3} \right)^{-1} &= \left(\frac{1}{8} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{200}{4} \right)^{-1} \\ &= (50)^{-1} \end{aligned}$$

Finalmente, se vuelve a aplicar la ley de potencias para exponente negativo sustituyendo la base por su recíproco.

$$\begin{aligned} (50)^{-1} &= \left(\frac{1}{50} \right)^1 \\ &= \frac{1^1}{50^1} \\ &= \frac{1}{50} \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{\left(\frac{2}{5} \right)^{-2}}{2^{-3}} \right)^{-1} = \frac{1}{50}$.



3. Resuelva la operación $5^{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{-2}$.

Solución

Primero se aplica la ley de potencias para exponente negativo al exponente del primer término y se calcula la potencia resultante.

$$5^{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} = 5^3 = 125$$

Luego, para el segundo término, se resuelve la potencia que está dentro del paréntesis del segundo término y se le aplica la ley de potencias para exponente negativo.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1^2}{5^2}\right)^{-2} &= \left(\frac{1}{25}\right)^{-2} \\ &= (25)^2 \\ &= 625 \end{aligned}$$

Finalmente, se efectúa la resta.

$$125 - 625 = -500$$

Por lo tanto, $5^{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{-2} = -500$.



Ejercicios

1. En la siguiente tabla se proporcionan algunas magnitudes que se representan con exponentes negativos. Aplique la ley de potencias para exponente negativo para expresar esas mismas magnitudes con los decimales correspondientes.

a) Masa de un neutrón	$1,67 \cdot 10^{-24}$ kg
b) Diámetro del ADN	$2 \cdot 10^{-9}$ mm
c) Tamaño de los glóbulos rojos	$8 \cdot 10^{-6}$ m
d) Masa de un electrón	$9,1 \cdot 10^{-31}$ kg
e) Tamaño del parvovirus	$2,5 \cdot 10^{-8}$ m

2. Efectúe cada una de las operaciones indicadas.

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + 2^{-3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

b) $\frac{3^{-2}}{2^{-3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

c) $(4^{-1} + 2^{-2})^{-3}$

d) $\left(\frac{2^{-1}}{7^{-1}}\right)^{-2}$

e) $\left(4^{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}\right)^{-1} - 4^{-4}$



- b) Se aplica la ley de potencias para exponente negativo cambiando la base de cada potencia por su recíproco.

$$\frac{3^{-2}}{2^{-3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

Se calculan las potencias resultantes y, finalmente, se efectúa la suma.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{2^3}} + \frac{2^2}{3^2} &= \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{8}} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{8}{9} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\frac{3^{-2}}{2^{-3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{4}{3}$.

- c) Se aplica la ley de potencias para exponente negativo a los términos que están dentro del paréntesis, sustituyendo en cada caso la base de la potencia por su recíproco.

$$\left(4^{-1} + 2^{-2}\right)^{-3} = \left(\left(\frac{1}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{-3}$$

Luego se calculan las potencias resultantes y se efectúa la suma dentro del paréntesis.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2^2}\right)^{-3} &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^{-3} \\ &= \left(\frac{2}{4}\right)^{-3} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \end{aligned}$$

Finalmente se aplica de nuevo la ley de potencias para exponente negativo.



$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} &= (2)^3 \\ &= 2^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $(4^{-1} + 2^{-2})^{-3} = 8$.

- d) Se aplica la ley de potencias para exponente negativo en el numerador y en el denominador.

$$\left(\frac{2^{-1}}{7^{-1}}\right)^{-2} = \left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^1}{\left(\frac{1}{7}\right)^1}\right)^{-2}$$

Se calculan las potencias dentro del paréntesis y se calcula la división.

$$\left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{7}}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{2}\right)^{-2}$$

Luego se aplica la ley de potencias para exponente negativo y se calculan las potencias.

$$\left(\frac{7}{2}\right)^{-2} = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$$

Por lo tanto $\left(\frac{2^{-1}}{7^{-1}}\right)^{-2} = \frac{4}{49}$.



- e) Para el primer término se aplica la ley de potencias para exponente negativo dentro del paréntesis y se calcula la potencia respectiva.

$$\begin{aligned} \left(4^{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}\right)^{-1} &= \left(4^{(2)^2}\right)^{-1} \\ &= \left(4^{2^2}\right)^{-1} \\ &= \left(4^4\right)^{-1} \\ &= (256)^{-1} \end{aligned}$$

Luego se vuelve a aplicar la misma ley sustituyendo la base por su recíproco.

$$\begin{aligned} (256)^{-1} &= \left(\frac{1}{256}\right)^1 \\ &= \frac{1}{256} \end{aligned}$$

Para el segundo término se sustituye la base de la potencia por su inverso multiplicativo para eliminar el negativo del exponente y se calcula la potencia resultante.

$$\begin{aligned} 4^{-4} &= \left(\frac{1}{4}\right)^4 \\ &= \frac{1}{4^4} \\ &= \frac{1}{256} \end{aligned}$$

Finalmente, se efectúa la resta.

$$\frac{1}{256} - \frac{1}{256} = 0$$

Por lo tanto, $\left(4^{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}\right)^{-1} - 4^{-4} = 0$.