MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

Ejemplos

1. Resuelva la operación $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2} \cdot \frac{9}{16}$.

Solución

En esta operación hay tres factores. Dos de esos factores tienen la misma base que es $\frac{3}{4}$ y el tercer factor se puede expresar como una potencia de esa misma base.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2} \cdot \frac{3^2}{4^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2}$$

Se escribe el producto como una potencia de base $\frac{3}{4}$ sumando los exponentes.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3+2+2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{1} = \frac{3}{4}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{4}$.

2. Simplifique al máximo la expresión $2^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{-1}{5}} \cdot 2^{\frac{6}{5}} \cdot 2^{\frac{3}{5}}$.

Solución

En esta operación se tiene un producto de cuatro potencias de igual base. Se conserva la base y se suman los exponentes. Luego se calcula la potencia resultante.

$$\begin{aligned} 2^{\frac{2}{5}+\frac{-1}{5}+\frac{6}{5}+\frac{3}{5}} &= 2^{\frac{10}{5}} \\ &= 2^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $2^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{-1}{5}} \cdot 2^{\frac{6}{5}} \cdot 2^{\frac{3}{5}} = 4$.

3. Aplique las leyes de potencias para simplificar la expresión
$$\left(\frac{-3}{5}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{-3}{5}\right)\cdot\left(\frac{-3}{5}\right)^{5}.$$

Solución

En esta operación hay una multiplicación de tres potencias con la misma base. El segundo de los factores tiene exponente 1. Se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{-3}{5}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{-3}{5}\right)^{1}\cdot\left(\frac{-3}{5}\right)^{5}=\left(\frac{-3}{5}\right)^{-3+1+5}=\left(\frac{-3}{5}\right)^{3}$$

Finalmente, se calcula el producto solicitado.

$$\left(\frac{-3}{5}\right)^{3}=\frac{-3}{5}\cdot\frac{-3}{5}\cdot\frac{-3}{5}=\frac{-27}{125}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{-3}{5}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{-3}{5}\right)\cdot\left(\frac{-3}{5}\right)^{5}=\frac{-27}{125}$.

4. Simplifique al máximo la expresión $2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{\frac{-1}{4}}\cdot 8\cdot 2$.

Solución

Se tiene un producto de cinco factores, cuatro de ellos tienen la misma base que es 2. El cuarto factor se puede expresar como una potencia de esa misma base. El último de los factores tiene exponente 1.

$$2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{\frac{-1}{4}}\cdot 2^{3}\cdot 2^{1}$$

Se conserva la base y se suman los exponentes.

$$2^{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{-1}{4}+3+1}=2^{5}$$

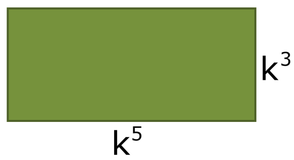
Finalmente, se calcula el producto solicitado.

$$\begin{aligned}2^{5}&=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\\&=32\end{aligned}$$

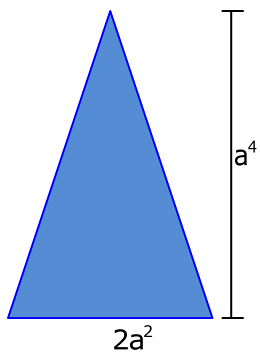
Por lo tanto, $2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{\frac{-1}{4}}\cdot 8\cdot 2=32$.

Ejercicios

1. La medida de la base de un rectángulo está dada por k^5, mientras que su altura está dada por k^3. ¿Cuál es, en términos de k, el área del rectángulo?

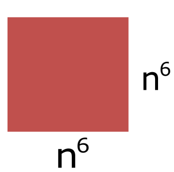


2. La medida de la base de un triángulo está dada por $2a^2$, mientras que su altura está dada por a^4. ¿Cuál es, en términos de a, el área del triángulo?



3. El lunes, durante su entrenamiento, un ciclista dio r vueltas a un circuito. En cada vuelta tardó r^3 segundos. ¿Cuál es, en términos de r, el tiempo total T que tardó el ciclista en ese entrenamiento?

4. La medida del lado de un cuadrado está dada por n^6. ¿Cuál es, en términos de n, el área del cuadrado?



5. Resuelva cada una de las operaciones indicadas.

a) $9 \cdot 3^{-4} \cdot 3^{3}$

b) $\left(\dfrac{5}{2}\right)^{3} \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right)^{3} \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right)^{-4}$

c) $\left(\dfrac{-4}{3}\right)^{3} \cdot \left(\dfrac{-4}{3}\right)^{-1}$

d) $5^{-2} \cdot \dfrac{30}{6} \cdot 625$

e) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{3} \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)$

f) $3^{-4} \cdot 3 \cdot 27$

g) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{5} \cdot \left(\dfrac{2}{4}\right)^{-3}$

h) $\left(\dfrac{1}{10}\right)^{-3} \cdot \left(\dfrac{1}{10}\right)^{4}$

i) $6^{\frac{-1}{3}} \cdot 6^{2} \cdot 6^{\frac{4}{3}}$

j) $\left(\dfrac{-2}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\dfrac{-2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$

k) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^{7}$

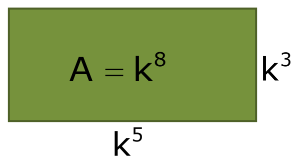
Soluciones

1. El área del un rectángulo se obtiene multiplicando la base por la altura, es decir, se debe efectuar el producto $k^5 \cdot k^3$.

Se trata de un producto de dos factores que tienen la misma base, de modo que se puede aplicar la ley de potencias correspondiente, es decir, se conserva la base y se suman los exponentes.

$k^5 \cdot k^3 = k^{5+3} = k^8$.

Por lo tanto, el área del rectángulo es k^8 unidades de área.



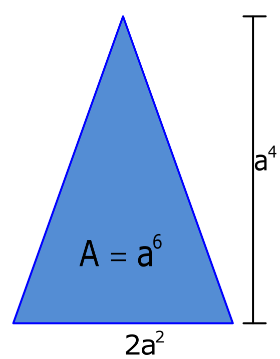
2. El área de un triángulo se obtiene con la fórmula $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$, donde b representa la medida de la base y h la medida de la altura.

En este caso, al aplicar la fórmula, se obtiene:

$$A = \frac{2a^2 \cdot a^4}{2}$$

En el numerador se tiene el producto de potencias de igual base, de modo que se conserva la base y se suman los exponentes. Luego se simplifica la expresión.

$$A = \frac{2a^2 \cdot a^4}{2} = \frac{2a^{2+4}}{2} = \frac{2a^6}{2} = a^6$$



Por lo tanto, el área del triángulo es a^6 unidades de área.

3. Para calcular el tiempo total T de entrenamiento del ciclista, se debe multiplicar el número de vueltas que dio en el circuito por el tiempo que tardó en cada vuelta.

$$T = r \cdot r^3$$

Se trata de una multiplicación de potencias de igual base, de modo que se conserva la base y se suman los exponentes, teniendo en cuenta que el primero de los factores tiene exponente 1.

$$T = r^1 \cdot r^3 = r^{1+3} = r^4$$

Por lo tanto, el tiempo total de entrenamiento del ciclista fue de r^4 segundos.

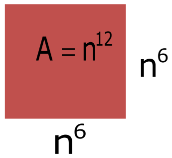
4. El área de un cuadrado se obtiene con la fórmula $A = b \cdot b$ donde b representa la medida del lado.

En este caso, al aplicar la fórmula, se obtiene:

$$A = n^6 \cdot n^6$$

Se tiene el producto de potencias de igual base, de modo que se conserva la base y se suman los exponentes.

$$A = n^{6+6} = n^{12}$$



Por lo tanto, el área del cuadrado es n^{12} unidades de área.

5. A continuación se presenta una manera de realizar cada operación.

a) Se tiene un producto de tres factores, de los cuales dos tienen la misma base que es 3. El primer factor se puede escribir como una potencia de esa misma base.

$$9 \cdot 3^{-4} \cdot 3^3 = 3^2 \cdot 3^{-4} \cdot 3^3$$

Se conserva la base y se suman los exponentes.

$$3^2 \cdot 3^{-4} \cdot 3^3 = 3^{2+-4+3} = 3^1 = 3$$

Por lo tanto, $9 \cdot 3^{-4} \cdot 3^3 = 3$.

b) Se trata de una multiplicación de tres potencias de igual base. Por esta razón se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{-4}=\left(\frac{5}{2}\right)^{3+3+-4}=\left(\frac{5}{2}\right)^{2}$$

Finalmente, se resuelve la potencia resultante.

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2}=\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}=\frac{25}{4}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{5}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{-4}=\frac{25}{4}$.

c) Se tiene el producto de dos potencias de igual base. Se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{-4}{3}\right)^{3}\cdot\left(\frac{-4}{3}\right)^{-1}=\left(\frac{-4}{3}\right)^{3+-1}=\left(\frac{-4}{3}\right)^{2}$$

Finalmente, se calcula la potencia que se obtiene.

$$\left(\frac{-4}{3}\right)^{2}=\frac{-4}{3}\cdot\frac{-4}{3}=\frac{16}{9}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{-4}{3}\right)^{3}\cdot\left(\frac{-4}{3}\right)^{-1}=\frac{16}{9}$.

d) En este producto el segundo factor y el tercer factor se pueden expresar como potencias de base 5.

$$5^{-2}\cdot\frac{30}{6}\cdot 625=5^{-2}\cdot 5^{1}\cdot 5^{4}$$

Como los tres factores son potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes y luego se calcula la potencia.

$$5^{-2}\cdot 5^{1}\cdot 5^{4}=5^{-2+1+4}=5^{3}=125$$

Por lo tanto, $5^{-2}\cdot\frac{30}{6}\cdot 625=125$.

e) Se tienen dos factores que corresponden a potencias con igual base, de modo que se conserva la base y se suman los exponentes, tomando en cuenta que el segundo factor tiene exponente 1.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{3+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

Luego se calcula la potencia.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{81}{16}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{81}{16}$.

f) Se tiene un producto de tres factores. El segundo factor tiene exponente 1 y el último factor se puede expresar como una potencia con la misma base de los otros dos.

$$3^{-4}\cdot 3\cdot 27 = 3^{-4}\cdot 3^1\cdot 3^3$$

Luego se conserva la base y se suman los exponentes y, finalmente, se calcula la potencia.

$$3^{-4}\cdot 3^1\cdot 3^3 = 3^{-4+1+3} = 3^0 = 1$$

Por lo tanto, $3^{-4}\cdot 3\cdot 27 = 1$.

g) En este producto el segundo de los factores se puede expresar como una potencia con la misma base del primero, si se simplifica la fracción.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

Se tienen dos potencias de igual base, entonces, se conserva la base y se suman los exponentes y, finalmente, se calcula la potencia.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{4}$.

h) En esta operación se tiene el producto de dos potencias con la misma base, entonces, se conserva la base y se suman los exponentes. Luego se calcula la potencia.

$$\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{4}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-3+4}=\left(\frac{1}{10}\right)^{1}=\frac{1}{10}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{4}=\frac{1}{10}$.

i) Como se trata de un producto de tres potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$6^{\frac{-1}{3}}\cdot 6^{2}\cdot 6^{\frac{4}{3}}=6^{\frac{-1}{3}+2+\frac{4}{3}}=6^{3}$$

Finalmente, se calcula la potencia resultante.

$6^3=216$

Por lo tanto, $6^{\frac{-1}{3}}\cdot 6^{2}\cdot 6^{\frac{4}{3}}=216$.

j) Al tratarse del producto de dos potencias con la misma base, se conserva la base y se suman los exponentes. Luego se calcula la potencia.

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\left(\frac{-2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}=\left(\frac{-2}{3}\right)^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=\left(\frac{-2}{3}\right)^{1}=\frac{-2}{3}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{-2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\left(\frac{-2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}=\frac{-2}{3}$.

k) En este producto se tienen tres factores, cada uno de ellos corresponde a una potencia con base $\frac{2}{5}$, por ello es posible aplicar la ley de multiplicación de potencias de igual base.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3+-2+7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{2}$$

Luego se calcula la potencia.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{7} = \frac{4}{25}$.