DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

Ejemplos

1. Resuelva la operación $\left(\frac{2}{5}\right)^5 \div \frac{8}{125}$.

Solución

Al factorizar el divisor es posible expresarlo como una potencia de base $\frac{2}{5}$.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^5 \div \frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{2}{5}\right)^5 \div \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

Se conserva la base y se restan los exponentes y, finalmente, se calcula la potencia resultante.

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{5}\right)^{5-3} &= \left(\frac{2}{5}\right)^2\\ &= \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\\ &= \frac{4}{25}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{2}{5}\right)^5 \div \frac{8}{125} = \frac{4}{25}$.

2. Simplifique al máximo la expresión $\left(\frac{b^8}{b^2} \div b^3\right) \div b, \quad b \neq 0$.

Solución

En esta operación se tiene que aplicar varias veces la ley de potencias para división de potencias de igual base.

En primer lugar se simplifica la fracción conservando la base y restando los exponentes.

$$\left(b^{8-2} \div b^3\right) \div b = \left(b^6 \div b^3\right) \div b$$

Con este resultado se resuelve la división que está dentro del paréntesis.

$$\begin{aligned}\left(b^{6} \div b^{3}\right) \div b &= b^{6-3} \div b \\ &= b^{3} \div b\end{aligned}$$

Finalmente se resuelve la última división.

$$\begin{aligned}b^{3} \div b^{1} &= b^{3-1} \\ &= b^{2}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\dfrac{b^{8}}{b^{2}} \div b^{3}\right) \div b = b^{2}$.

3. Aplique las leyes de potencias para simplificar la expresión $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3} \div \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-4} \div \left(\dfrac{1}{2}\right)^{6}$.

Solución

En esta operación hay dos divisiones, por lo cual se debe comenzar por resolver la que se encuentra a la izquierda, aplicando la ley de potencias para división de potencias de igual base.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3--4} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{7} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{6}$$

Se resuelve la segunda división conservando la base y restando los exponentes y, finalmente, se calcula la potencia resultante.

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}\right)^{7-6} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{1} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3} \div \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-4} \div \left(\dfrac{1}{2}\right)^{6} = \dfrac{1}{2}$.

4. Simplifique al máximo la expresión $m^4 \div \left(m^{-5} \div m^{-2}\right), \quad m \neq 0$.

Solución

Se debe resolver primero la división que se encuentra dentro del paréntesis conservando la base y restando los exponentes.

$$m^4 \div m^{-5--2} = m^4 \div m^{-3}$$

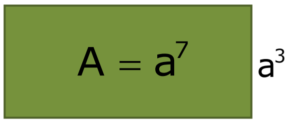
Se resuelve la última división aplicando la misma ley.

$$\begin{aligned} m^4 \div m^{-3} &= m^{4--3} \\ &= m^7 \end{aligned}$$

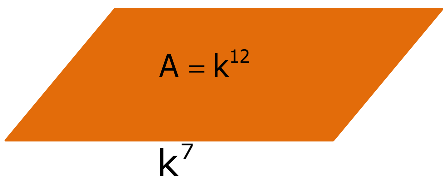
Por lo tanto, $m^4 \div \left(m^{-5} \div m^{-2}\right) = m^7$.

Ejercicios

1. El área de un rectángulo es $A = a^7$, mientras que su altura está dada por a^3. ¿Cuál es, en términos de a, la medida de la base del rectángulo?

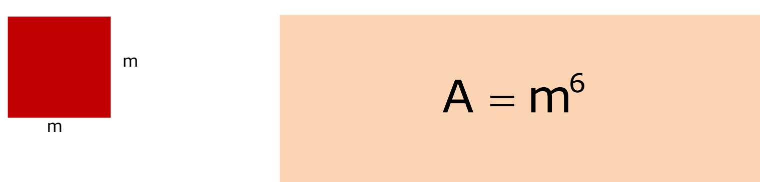


2. La medida de la base de un paralelogramo está dada por k^7, mientras que su área es $A = k^{12}$. ¿Cuál es, en términos de k, la medida de la altura del paralelogramo?



3. Un atleta corrió durante un tiempo $T = s^8$ segundos, dando vueltas a la pista de entrenamiento. En cada vuelta tardó s^2 segundos. ¿Cuál es, en términos de s, el número total de vueltas N que dio el atleta?

4. Se quiere poner piso a una estancia rectangular de área $A = m^6$. Para ello se utilizarán losetas cuadradas, en cada una de las cuales la longitud del lado viene dada por m. ¿Cuál es, en términos de m, la cantidad total de losetas C que se necesitan para ponerle piso a la estancia?



5. Efectúe cada una de las operaciones indicadas.

a) $5^8 \div 3125$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

c) $\frac{2^5}{2^{-3}} \div 2^7$

d) $3^3 \div \left(243 \div \frac{162}{2}\right)$

e) $\frac{9}{4} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

f) $k^5 \div k^2 \div \left(k \div k^{-1}\right), \quad k \neq 0$

g) $\left(\frac{1}{b}\right)^4 \div \left(\left(\frac{1}{b}\right)^4 \div \frac{1}{b}\right), \quad b \neq 0$

h) $\left(a^5 \div a^2\right) \div \left(\frac{a^3}{a} \div a\right), \quad a \neq 0$

i) $6^{\frac{1}{3}} \div \left(6^{\frac{10}{12}} \div 6^{\frac{3}{2}}\right)$

j) $\left(\frac{-3}{5}\right)^{\frac{7}{3}} \div \left(\frac{-3}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$

k) $\left(k^{10} \div k^2\right) \div \left(k^5 \div k\right), \quad k \neq 0$

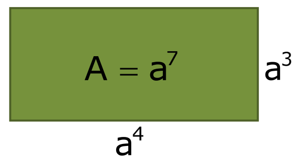
Soluciones

1. El área del un rectángulo se obtiene multiplicando la base por la altura, es decir, se debe efectuar el producto $b \cdot a^3$ donde b representa la medida de la base. La información del problema proporciona la igualdad $a^7 = b \cdot a^3$.

Para encontrar el valor de b se debe dividir el área por la medida de la altura, de donde se obtiene $\dfrac{a^7}{a^3} = b$.

Como se trata de una división de potencias de igual base se conserva la base y se restan los exponentes $a^{7-3} = b \Rightarrow a^4 = b$.

Por lo tanto, la medida de la base del rectángulo es a^4.

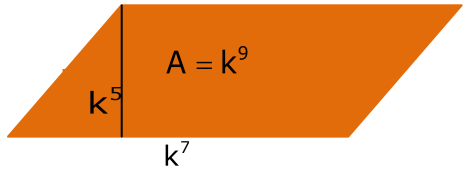


2. El área de un paralelogramo se obtiene multiplicando la base por la altura es decir, se debe efectuar el producto $k^7 \cdot h$ donde h representa la medida de la altura. Esto proporciona la igualdad $k^{12} = k^7 \cdot h$.

Para encontrar el valor de h se debe dividir el área por la medida de la base, de donde se obtiene $\dfrac{k^{12}}{k^7} = h$.

Como se trata de una división de potencias de igual base se conserva la base y se restan los exponentes $k^{12-7} = h \Rightarrow k^5 = h$.

Por lo tanto, la medida de la altura del paralelogramo es k^5.



3. Para calcular el número de vueltas que dio el atleta a la pista, se debe dividir el tiempo total por el tiempo que tardó en cada vuelta.

$$\frac{s^8}{s^2}$$

Se trata de una división de potencias de igual base, de modo que se conserva la base y se restan los exponentes.

$$s^{8-2} = s^6$$

Por lo tanto, el número total de vueltas que dio el atleta fue $N = s^6$.

4. El área de cada una de las losetas cuadradas viene dada por $A_1 = m^2$ donde m representa la medida del lado.

Para calcular el número de losetas que se necesitan se debe dividir el área de la estancia por el área de una loseta, así que se obtiene:

$$\frac{A}{A_1} = \frac{m^6}{m^2}$$

Se tiene una división de potencias de igual base, de modo que se conserva la base y se restan los exponentes.

$$m^{6-2} = m^4$$

Por lo tanto, se necesitan $C = m^4$ losetas para poner el piso.

5. Se muestra una manera de realizar cada ejercicio:

a) Es posible factorizar el divisor para expresarlo como una potencia de base 5. Observe:

$$5^8 \div 3\,125 = 5^8 \div 5^5$$

Se obtiene una división de potencias de igual base, de modo que se conserva la base y se restan los exponentes. Finalmente, se calcula la potencia resultante.

$$\begin{aligned} 5^8 \div 5^5 &= 5^{8-5} \\ &= 5^3 \\ &= 125 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $5^8 \div 3\,125 = 125$.

b) Se tienen dos divisiones de potencias de igual base.

Se debe resolver primero la división que se encuentra a la izquierda.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3-3} \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^0 \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

Se resuelve la segunda división y se calcula la potencia resultante.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^0 \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{0--4}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{81}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{81}$.

c) Primero se aplica la ley de potencias para división de potencias de igual base a la fracción.

$$\frac{2^5}{2^{-3}} \div 2^7 = 2^{5--3} \div 2^7$$

$$= 2^8 \div 2^7$$

Se resuelve la división obtenida conservando la base y restando los exponentes.

$$2^8 \div 2^7 = 2^{8-7}$$

$$= 2^1$$

$$= 2$$

Por lo tanto, $\frac{2^5}{2^{-3}} \div 2^7 = 2$.

d) En primer lugar es necesario expresar el dividendo y el divisor que están dentro del paréntesis como potencias de base 3.

$$\begin{aligned}3^3 \div \left(243 \div \frac{162}{2}\right) &= 3^3 \div \left(3^5 \div 81\right)\\ &= 3^3 \div \left(3^5 \div 3^4\right)\end{aligned}$$

Para la división que está dentro del paréntesis se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\begin{aligned}3^3 \div \left(3^5 \div 3^4\right) &= 3^3 \div 3^{5-4}\\ &= 3^3 \div 3^1\end{aligned}$$

De nuevo se conserva la base y se restan los exponentes y, finalmente, se calcula la potencia resultante.

$$\begin{aligned}3^3 \div 3^1 &= 3^{3-1}\\ &= 3^2\\ &= 9\end{aligned}$$

Por lo tanto, $3^3 \div \left(243 \div \frac{162}{2}\right) = 9$.

e) Primero se expresa el dividendo como una potencia de base $\frac{3}{2}$.

$$\begin{aligned}\frac{9}{4} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} &= \frac{3^2}{2^2} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\end{aligned}$$

Se tiene una división de potencias de igual base así que se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{2}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} &= \left(\frac{3}{2}\right)^{2--2}\\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^{4}\end{aligned}$$

Luego se calcula la potencia resultante.

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{81}{16}$$

Por lo tanto, $\frac{9}{4}\div\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}=\frac{81}{16}$.

f) Se resuelve primero la división que se encuentra dentro del paréntesis conservando la base y restando los exponentes.

$$\begin{aligned} k^5\div k^2\div\left(k\div k^{-1}\right) &= k^5\div k^2\div k^{1--1}\\ &= k^5\div k^2\div k^2 \end{aligned}$$

De las dos divisiones debe resolverse primero la que se encuentra a la izquierda.

$$\begin{aligned} k^5\div k^2\div k^2 &= k^{5-2}\div k^2\\ &= k^3\div k^2 \end{aligned}$$

Se realiza ahora la segunda división conservando la base y restando los exponentes.

$$\begin{aligned} k^3\div k^2 &= k^{3-2}\\ &= k^1\\ &= k \end{aligned}$$

Por lo tanto, $k^5\div k^2\div\left(k\div k^{-1}\right)=k$.

g) Se realiza primero la división que se encuentra dentro del paréntesis. En esta división el divisor tiene exponente 1 de modo que se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{b}\right)^4\div\left(\left(\frac{1}{b}\right)^4\div\left(\frac{1}{b}\right)^1\right) &= \left(\frac{1}{b}\right)^4\div\left(\frac{1}{b}\right)^{4-1}\\ &= \left(\frac{1}{b}\right)^4\div\left(\frac{1}{b}\right)^3 \end{aligned}$$

Ahora se realiza la segunda división aplicando la misma regla.

$$\left(\frac{1}{b}\right)^4 \div \left(\frac{1}{b}\right)^3 = \left(\frac{1}{b}\right)^{4-3}$$

$$= \left(\frac{1}{b}\right)^1$$

$$= \frac{1}{b}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{1}{b}\right)^4 \div \left(\left(\frac{1}{b}\right)^4 \div \frac{1}{b}\right) = \frac{1}{b}$.

h) Se resuelven primero las divisiones que están dentro de los paréntesis y luego la división de ambos cocientes. En cada caso se aplica la ley de potencias de igual base, es decir, se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\left(a^5 \div a^2\right) \div \left(\frac{a^3}{a} \div a\right) = \left(a^{5-2}\right) \div \left(a^{3-1} \div a\right)$$

$$= a^3 \div \left(a^2 \div a\right)$$

$$= a^3 \div a^{2-1}$$

$$= a^3 \div a^1$$

$$= a^{3-1}$$

$$= a^2$$

Por lo tanto, $\left(a^5 \div a^2\right) \div \left(\frac{a^3}{a} \div a\right) = a^2$.

i) Se resuelve primero la división que se encuentra dentro del paréntesis conservando la base y restando los exponentes.

$$6^{\frac{1}{3}} \div \left(6^{\frac{10}{12}} \div 6^{\frac{3}{2}}\right) = 6^{\frac{1}{3}} \div 6^{\frac{10}{12}-\frac{3}{2}}$$

$$= 6^{\frac{1}{3}} \div 6^{\frac{-2}{3}}$$

Se obtiene otra división en la que se puede aplicar la misma ley.

$$6^{\frac{1}{3}} \div 6^{\frac{-2}{3}} = 6^{\frac{1}{3}-\frac{-2}{3}}$$
$$= 6^1$$
$$= 6$$

Por lo tanto, $6^{\frac{1}{3}} \div \left(6^{\frac{10}{12}} \div 6^{\frac{3}{2}}\right) = 6$.

j) Por tratarse de una división de potencias de igual base, se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\left(\frac{-3}{5}\right)^{\frac{7}{3}} \div \left(\frac{-3}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{-3}{5}\right)^{\frac{7}{3}-\frac{1}{3}}$$
$$= \left(\frac{-3}{5}\right)^{2}$$

Finalmente, se calcula la potencia resultante.

$$\left(\frac{-3}{5}\right)^{2} = \frac{-3}{5} \cdot \frac{-3}{5}$$
$$= \frac{9}{25}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{-3}{5}\right)^{\frac{7}{3}} \div \left(\frac{-3}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{9}{25}$.

k) Se trata de divisiones de potencias de igual base. Se resuelven primero las divisiones que se encuentran dentro de los paréntesis y luego se dividen ambos cocientes.

$$\left(k^{10} \div k^2\right) \div \left(k^5 \div k\right) = k^{10-2} \div k^{5-4}$$
$$= k^8 \div k^1$$
$$= k^{8-1}$$
$$= k^7$$

Por lo tanto, $\left(k^{10} \div k^2\right) \div \left(k^5 \div k\right) = k^7$.