SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

Ejemplos

1. Realice la operación indicada.
$7m + 3m - 5m + m - 2m$

Solución
Se trata de monomios semejantes lo cual permite efectuar la operación.
$$(7 + 3 - 5 + 1 - 2)m = 4m$$

Por lo tanto, $7m + 3m - 5m + m - 2m = 4m$.

2. Efectúe la operación $2x + 3y - 5x + 4y - 2y$.

Solución
Este polinomio tiene algunos monomios semejantes, los cuales se pueden agrupar y reducir para efectuar la operación.
$$\begin{aligned} 2x - 5x + 3y + 4y - 2y &= (2 - 5)x + (3 + 4 - 2)y \\ &= -3x + 5y \end{aligned}$$

Por lo tanto, $2x + 3y - 5x + 4y - 2y = -3x + 5y$.

3. Realice la operación indicada.
$4xy^2 + 4x - 5xy^2 + 3xy^2$

Solución
Este polinomio tiene tres monomios semejantes y un monomio que no es semejante y no puede reducirse con ellos.
$$\begin{aligned} 4xy^2 - 5xy^2 + 3xy^2 + 4x &= (4 - 5 + 3)xy^2 + 4x \\ &= 2xy^2 + 4x \end{aligned}$$

Por lo tanto, $4xy^2 + 4x - 5xy^2 + 3xy^2 = 2xy^2 + 4x$.

4. Efectúe $\frac{-2}{5}a^3b^5+\frac{4}{3}a^5b^3+\frac{7}{10}a^3b^5-\frac{5}{6}a^5b^3$.

Solución
Se agrupan y reducen los monomios o términos semejantes.

$$\begin{aligned}\frac{-2}{5}a^3b^5+\frac{4}{3}a^5b^3+\frac{7}{10}a^3b^5-\frac{5}{6}a^5b^3 &= \frac{-2}{5}a^3b^5+\frac{7}{10}a^3b^5+\frac{4}{3}a^5b^3-\frac{5}{6}a^5b^3\\ &=\left(\frac{-2}{5}+\frac{7}{10}\right)a^3b^5+\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{6}\right)a^5b^3\\ &=\frac{3}{10}a^3b^5+\frac{1}{2}a^5b^3\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\frac{-2}{5}a^3b^5+\frac{4}{3}a^5b^3+\frac{7}{10}a^3b^5-\frac{5}{6}a^5b^3=\frac{3}{10}a^3b^5+\frac{1}{2}a^5b^3$.

5. Realice la operación indicada.

$$\left(\frac{2}{3}x^2yz^3\right)^2+z^6\sqrt[3]{\frac{8}{27}x^{12}y^6}-\frac{1}{2}z^3x^2y$$

Solución
Se simplifican los dos primeros términos:

$$\left(\frac{2}{3}x^2yz^3\right)^2=\frac{4}{9}x^4y^2z^6$$

$$z^6\sqrt[3]{\frac{8}{27}x^{12}y^6}=z^6\sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}x^{12}y^6}=\frac{2}{3}x^4y^2z^6$$

De esta forma, la operación se transforma en un polinomio que tiene dos monomios semejantes y un monomio que no puede reducirse con ellos:

$$\begin{aligned}\frac{4}{9}x^4y^2z^6+\frac{2}{3}x^4y^2z^6-\frac{1}{2}z^3x^2y &=\left(\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\right)x^4y^2z^6-\frac{1}{2}z^3x^2y\\ &=\frac{10}{9}x^4y^2z^6-\frac{1}{2}z^3x^2y\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{2}{3}x^2yz^3\right)^2+z^6\sqrt[3]{\frac{8}{27}x^{12}y^6}-\frac{1}{2}z^3x^2y=\frac{10}{9}x^4y^2z^6-\frac{1}{2}z^3x^2y$.

Ejercicios

1. Efectúe cada una de las operaciones indicadas.

a) $\frac{2}{3}m^2\sqrt{x^4y^6} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{m^6x^6y^9} - 4x^2y^3\sqrt[5]{32m^{10}}$

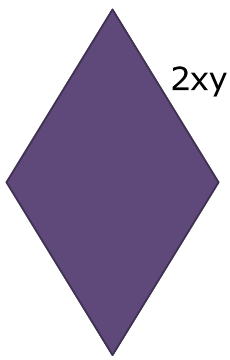
b) $2x^4z + 5xz^4 - 3xz + 6xz^4 - 8x^4z$

c) $5x\sqrt[3]{64} + 2y\sqrt[5]{243} - 6x + 8y$

d) $-3a^5\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{3a^{15}} - a^5\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3}$

e) $\left(2mx^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}m^{\frac{1}{2}}x\right)^4 + 5mx^2 - \left(\frac{1}{2}m^{\frac{1}{2}}x\right)^2$

2. La medida de uno de los lados de un rombo está dada por $2xy$. ¿Cuál es, en términos de xy, la medida del perímetro del rombo?



3. La medida de la base de un rectángulo está dada por $3x^2 + 4b$, mientras que su altura está dada por $2x^2 + b$. ¿Cuál es, en términos de x y de b, el perímetro del rectángulo?

$2x^2 + b$

$3x^2 + 4b$

Soluciones

1. A continuación se muestra una manera de efectuar estas operaciones.

a) $\frac{2}{3}m^2\sqrt{x^4y^6}+\frac{1}{3}\sqrt[3]{m^6x^6y^9}-4x^2y^3\sqrt[5]{32m^{10}}$

Se simplifica cada uno de los términos del polinomio:

$$\frac{2}{3}m^2\sqrt{x^4y^6}=\frac{2}{3}m^2x^2y^3$$

$$\frac{1}{3}\sqrt[3]{m^6x^6y^9}=\frac{1}{3}m^2x^2y^3$$

$$\begin{aligned}-4x^2y^3\sqrt[5]{32m^{10}}&=-4x^2y^3\sqrt[5]{2^5m^{10}}\\&=-4x^2y^3\cdot 2m^2\\&=-8m^2x^2y^3\end{aligned}$$

Se tiene un polinomio con tres términos semejantes.

$$\frac{2}{3}m^2x^2y^3+\frac{1}{3}m^2x^2y^3-8m^2x^2y^3=-7m^2x^2y^3$$

b) $2x^4z+5xz^4-3xz+6xz^4-8x^4z$

Este es un polinomio que tiene algunos monomios semejantes que se pueden agrupar y reducir, así como un término que no es semejante con ellos.

$$\begin{aligned}2x^4z-8x^4z+5xz^4+6xz^4-3xz&=(2-8)x^4z+(5+6)xz^4-3xz\\&=-6x^4z+11xz^4-3xz\end{aligned}$$

c) $5x\sqrt[3]{64}+2y\sqrt[5]{243}-6x+8y$

Se simplifican los dos primeros términos del polinomio:

$$\begin{aligned}5x\sqrt[3]{64}&=5x\sqrt[3]{2^6}\\&=5x\cdot 2^2\\&=20x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2y\sqrt[5]{243}&=2y\sqrt[5]{3^5}\\&=2y\cdot 3\\&=6y\end{aligned}$$

Se obtiene un polinomio con dos parejas de términos semejantes que se pueden agrupar y reducir.

$$\begin{aligned} 20x + 6y - 6x + 8y &= 20x - 6x + 6y + 8y \\ &= (20-6)x + (6+8)y \\ &= 14x + 14y \end{aligned}$$

d) $-3a^5\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{3a^{15}} - a^5\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3}$

Se simplifican los tres primeros términos del polinomio:

$$\begin{aligned} -3a^5\sqrt[3]{81} &= -3a^5\sqrt[3]{3^4} \\ &= -3a^5 \cdot 3\sqrt[3]{3} \\ &= -9a^5\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

$$2\sqrt[3]{3a^{15}} = 2a^5\sqrt[3]{3}$$

$$\begin{aligned} -a^5\sqrt[3]{24} &= -a^5\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} \\ &= -2a^5\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

Este es un polinomio con tres términos semejantes que se reducen y uno que no es semejante con ellos y no se puede reducir.

$$\begin{aligned} -9a^5\sqrt[3]{3} + 2a^5\sqrt[3]{3} - 2a^5\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} &= (-9\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3})a^5 + \sqrt[3]{3} \\ &= -9a^5\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

e) $\left(2mx^2\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}m^{\frac{1}{2}}x\right)^4 + 5mx^2 - \left(\dfrac{1}{2}m^{\frac{1}{2}}x\right)^2$

Se simplifican los tres términos que tienen paréntesis.

$$\left(2mx^2\right)^2 = 4m^2x^4$$

$$\left(\frac{1}{2}m^{\frac{1}{2}}x\right)^4 = \frac{1}{16}m^2x^4$$

$$\left(\frac{1}{2}m^{\frac{1}{2}}x\right)^2 = \frac{1}{4}mx^2$$

Se obtiene un polinomio con algunos términos semejantes que se pueden agrupar y reducir.

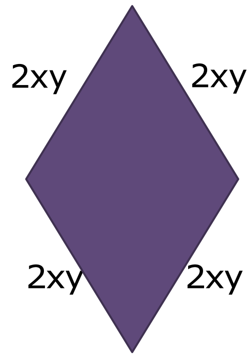
$$4m^2x^4 + \frac{1}{16}m^2x^4 + 5mx^2 - \frac{1}{4}mx^2 = \left(4 + \frac{1}{16}\right)m^2x^4 + \left(5 - \frac{1}{4}\right)mx^2$$

$$= \frac{65}{16}m^2x^4 + \frac{19}{4}mx^2$$

2. Los cuatro lados de un rombo son congruentes, por lo tanto cada uno de ellos tiene una medida dada por $2xy$.

Para obtener el perímetro del rombo se deben sumar las medidas de los cuatro lados, lo cual da un polinomio con cuatro monomios semejantes.

$$P(x) = 2xy + 2xy + 2xy + 2xy = 8xy$$



3. Los lados paralelos de un rectángulo tienen igual medida, por lo tanto hay dos lados que miden $3x^2 + 4b$ y dos lados que miden $2x^2 + b$.

Para obtener el perímetro del rectángulo se deben sumar los cuatro lados, lo cual da un polinomio con algunos términos semejantes que se pueden agrupar y reducir.

$$\begin{aligned} P(x) &= 3x^2 + 4b + 3x^2 + 4b + 2x^2 + b + 2x^2 + b \\ &= 3x^2 + 3x^2 + 2x^2 + 2x^2 + 4b + 4b + b + b \\ &= (3 + 3 + 2 + 2)x^2 + (4 + 4 + 1 + 1)b \\ &= 10x^2 + 10b \end{aligned}$$