SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

Ejemplos

1. Realice la operación con polinomios.

$$\left(2xy+3x^2-5y\right)+\left(4x^2-6xy+2y\right)$$

Solución

Una forma de resolverlo es la siguiente:
Primero se reescribe la expresión, pero sin los paréntesis.

$$2xy+3x^2-5y+4x^2-6xy+2y$$

Se agrupan y reducen los términos semejantes.

$$3x^2+4x^2+2xy-6xy-5y+2y=7x^2-4xy-3y$$

Por lo tanto, $\left(2xy+3x^2-5y\right)+\left(4x^2-6xy+2y\right)=7x^2-4xy-3y$.

2. Realice la operación con polinomios.

$$\left(2ab-5b+3a-4\right)-\left(8a+b-9\right)$$

Solución

Se reescribe la expresión sumando el opuesto aditivo del sustraendo.

$$\begin{aligned}\left(2ab-5b+3a-4\right)-\left(8a+b-9\right)&=\left(2ab-5b+3a-4\right)+\left(-a-b+9\right)\\&=2ab-5b+3a-4-a-b+9\end{aligned}$$

Se agrupan y reducen los términos semejantes.

$$2ab-5b-b+3a-a-4+9=2ab-6b+2a+5$$

Por lo tanto, $\left(2ab-5b+3a-4\right)-\left(8a+b-9\right)=2ab-6b+2a+5$.

3. Si se tienen los siguientes polinomios:

$$P(x,y) = 2x^3y + y^2 - 4xy + x$$
$$Q(x,y) = 4y^2 - 5x^3y + 7xy + 3y$$
$$R(x,y) = 2x + 5y - 3y^2 + x^3y$$

Calcule $P(x,y) + Q(xy) - R(x,y)$

Solución

Se sustituye cada polinomio en la operación.

$$\left(2x^3y + y^2 - 4xy + x\right) + \left(4y^2 - 5x^3y + 7xy + 3y\right) - \left(2x + 5y - 3y^2 + x^3y\right)$$

Se reescribe la expresión y en el caso de la resta se suma el opuesto aditivo del sustraendo.

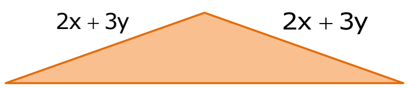
$$\left(2x^3y + y^2 - 4xy + x\right) + \left(4y^2 - 5x^3y + 7xy + 3y\right) + \left(-2x - 5y + 3y^2 - x^3y\right)$$
$$= 2x^3y + y^2 - 4xy + x + 4y^2 - 5x^3y + 7xy + 3y - 2x - 5y + 3y^2 - x^3y$$

Se agrupan y reducen los términos semejantes.

$$2x^3y - 5x^3y - x^3y + y^2 + 4y^2 + 3y^2 - 4xy + 7xy + x - 2x + 3y - 5y$$
$$= -4x^3y + 8y^2 + 3xy - x - 2y$$

Por lo tanto, $P(x,y) + Q(xy) - R(x,y) = -4x^3y + 8y^2 + 3xy - x - 2y$.

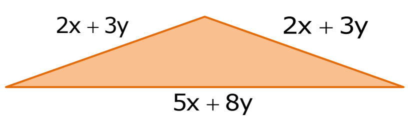
4. En un triángulo isósceles la medida de cada uno de sus dos lados congruentes, en centímetros, está dada por $2x+3y$, mientras que su perímetro, también en centímetros, está dado por $9x+14y$. ¿Cuál es, en términos de x y de y, la medida del tercer lado del triángulo?



Solución

Para encontrar la medida del tercer lado se debe restar al perímetro la longitud de cada uno de los otros dos lados.

$$
\begin{aligned}
(9x+14y)-(2x+3y)-(2x+3y) &= (9x+14y)+(-2x-3y)+(-2x-3y) \\
&= 9x+14y-2x-3y-2x-3y \\
&= 9x-2x-2x+14y-3y-3y \\
&= 5x+8y
\end{aligned}
$$



Por lo tanto, la medida del tercer lado del triángulo corresponde a $5x+8y$ cm.

Ejercicios

1. Efectúe cada una de las operaciones indicadas.

a) $P(a,b)-R(a,b)$ con
$P(a,b)=2ab-7b+3a-5$
$R(a,b)=-4b-7a+2-6ab$

b) $-\left(5m^4+3k-6\right)+\left[-\left(8+6k-2m^4+m\right)\right]$

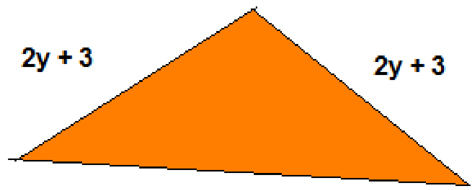
c) $S(k,y)-Q(k,y)+M(k,y)$ con
$S(k,y)=2k-3y+5ky$
$Q(k,y)=3ky-2k$
$M(k,y)=3y-9ky$

d) $\left(\dfrac{-3}{5}m^2+\dfrac{1}{4}x\right)-\left(\dfrac{-5}{2}x+\dfrac{1}{10}m^2+b\right)$

e) $(a-b-c)+(c-b+a)-\left[-(a+b+c)\right]$

2. Si el perímetro de un triángulo, en metros, está dado por $P(x)=18x^2-8x+2$ y las medidas de dos lados, también en metros, están dadas por $L_1(x)=3x^2+5$ y $L_2(x)=10x^2-5x$, ¿cuál es la expresión correspondiente al tercer lado?

3. Las medidas de dos lados congruentes de un triángulo isósceles están dadas, en metros, por $2y+3$. Si el perímetro, también en metros, es $7y+7$, ¿cuál es la medida, en términos de y, del tercer lado?



Soluciones

1. Detalle de las soluciones, al menos de una manera de efectuar los ejercicios:

a) Una forma de resolver el ejercicio es la siguiente:
Se sustituye cada polinomio en la operación.
$$\left(2ab-7b+3a-5\right)-\left(-4b-7a+2-6ab\right)$$

Se reescribe la expresión sumando el opuesto aditivo del sustraendo.
$$\left(2ab-7b+3a-5\right)+\left(4b+7a-2+6ab\right)$$
$$=2ab-7b+3a-5+4b+7a-2+6ab$$

Se agrupan y reducen los términos semejantes.
$$2ab+6ab-7b+4b+3a+7a-5-2=8ab-3b+10a-7$$

Por lo tanto, $P(a,b)-R(a,b)=8ab-3b+10a-7$.

b) Se reescribe la expresión sumando el opuesto aditivo.
$$\left(-5m^4-3k+6\right)+\left(-8-6k+2m^4-m\right)=-5m^4-3k+6-8-6k+2m^4-m$$

Se agrupan y simplifican los términos semejantes.
$$-5m^4+2m^4-3k-6k+6-8-m=-3m^4-9k-2-m$$

Por lo tanto,
$$-\left(5m^4+3k-6\right)+\left[-\left(8+6k-2m^4+m\right)\right]=-3m^4-9k-2-m.$$

c) Se sustituye cada polinomio en la operación.
$$\left(2k-3y+5ky\right)-\left(3ky-2k\right)+\left(3y-9ky\right)$$

Se reescribe la expresión sumando el opuesto aditivo del sustraendo en la resta.

$$\left(2k-3y+5ky\right)+\left(-3ky+2k\right)+\left(3y-9ky\right)$$
$$=2k-3y+5ky-3ky+2k+3y-9ky$$

Se agrupan y se reducen los términos semejantes.

$$2k+2k-3y+3y+5ky-3ky-9ky=4k+0y-7ky$$
$$=4k-7ky$$

Por lo tanto, $S(k,y)-Q(k,y)+M(k,y)=4k-7ky$.

d) Se reescribe la expresión y como es una resta se suma el opuesto aditivo del sustraendo.

$$\left(\frac{-3}{5}m^2+\frac{1}{4}x\right)+\left(\frac{5}{2}x-\frac{1}{10}m^2-b\right)=\frac{-3}{5}m^2+\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}x-\frac{1}{10}m^2-b$$

Se agrupan y se reducen términos semejantes.

$$\frac{-3}{5}m^2-\frac{1}{10}m^2+\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}x-b=\frac{-7}{10}m^2+\frac{11}{4}x-b$$

Por lo tanto, $\left(\frac{-3}{5}m^2+\frac{1}{4}x\right)-\left(\frac{-5}{2}x+\frac{1}{10}m^2+b\right)=\frac{-7}{10}m^2+\frac{11}{4}x-b$.

e) Se reescribe la expresión tomando en cuenta que en la resta se debe sumar el opuesto aditivo del sustraendo.

$$\left(a-b-c\right)+\left(c-b+a\right)-\left[-\left(a+b+c\right)\right]$$
$$=\left(a-b-c\right)+\left(c-b+a\right)-\left[+\left(-a-b-c\right)\right]$$
$$=\left(a-b-c\right)+\left(c-b+a\right)-\left[\left(-a-b-c\right)\right]$$
$$=\left(a-b-c\right)+\left(c-b+a\right)+\left(a+b+c\right)$$
$$=a-b-c+c-b+a+a+b+c$$

Se agrupan y reducen términos semejantes.

$$a+a+a-b-b+b-c+c+c=3a-b+c$$

Por lo tanto, $\left(a-b-c\right)+\left(c-b+a\right)-\left[-\left(a+b+c\right)\right]=3a-b+c$.

2. Para encontrar la medida del tercer lado del triángulo se debe restar del perímetro la longitud de los dos lados conocidos.

$$\begin{aligned} P(x) - L_1(x) - L_2(x) &= \left(18x^2 - 8x + 2\right) - \left(3x^2 + 5\right) - \left(10x^2 - 5x\right) \\ &= \left(18x^2 - 8x + 2\right) + \left(-3x^2 - 5\right) + \left(-10x^2 + 5x\right) \\ &= 18x^2 - 8x + 2 - 3x^2 - 5 - 10x^2 + 5x \\ &= 18x^2 - 3x^2 - 10x^2 - 8x + 5x + 2 - 5 \\ &= 5x^2 - 3x - 3 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el tercer lado del triángulo corresponde, en metros a $L_3(x) = 5x^2 - 3x - 3$.

3. Para encontrar la medida del tercer lado del triángulo se debe restar del perímetro la longitud de los dos lados conocidos.

$$\begin{aligned} (7y + 7) - (2y + 3) - (2y + 3) &= (7y + 7) + (-2y - 3) + (-2y - 3) \\ &= 7y + 7 - 2y - 3 - 2y - 3 \\ &= 7y - 2y - 2y + 7 - 3 - 3 \\ &= 3y + 1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el tercer lado del triángulo corresponde, en metros, a $3y + 1$.