MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIO POR POLINOMIO

Ejemplos

1. Realice la operación indicada.

$$(3x+y)(2xy-y)$$

Solución

Se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio.

$$\begin{aligned} 3x\cdot 2xy-3x\cdot y+y\cdot 2xy-y\cdot y &= 6x^{1+1}y-3xy+2xy^{1+1}-y^{1+1}\\ &= 6x^2y-3xy+2xy^2-y^2 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $(3x+y)(2xy-y)=6x^2y-3xy+2xy^2-y^2$.

2. Efectúe la operación $\left(\frac{2}{3}a-\frac{1}{2}b^2\right)(3a+a^2b-2b)$.

Solución

Se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio.

$$\begin{aligned} &\frac{2}{3}a\cdot 3a+\frac{2}{3}a\cdot a^2b-\frac{2}{3}a\cdot 2b-\frac{1}{2}b^2\cdot 3a-\frac{1}{2}b^2\cdot a^2b+\frac{1}{2}b^2\cdot 2b\\ &= 2a^{1+1}+\frac{2}{3}a^{1+2}b-\frac{4}{3}ab-\frac{3}{2}b^2a-\frac{1}{2}b^{2+1}a^2+b^{2+1}\\ &= 2a^2+\frac{2}{3}a^3b-\frac{4}{3}ab-\frac{3}{2}b^2a-\frac{1}{2}b^3a^2+b^3 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

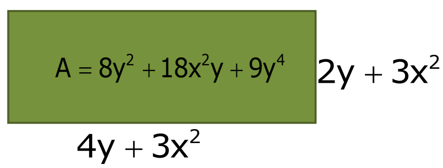
$$\left(\frac{2}{3}a-\frac{1}{2}b^2\right)(3a+a^2b-2b)=2a^2+\frac{2}{3}a^3b-\frac{4}{3}ab-\frac{3}{2}b^2a-\frac{1}{2}b^3a^2+b^3.$$

3. La medida de la altura de un rectángulo está dada por $2y+3x^2$, mientras que su base está dada por $4y+3x^2$. ¿Cuál es, en términos de x y de y, el área del rectángulo?

Solución

Para calcular el área del rectángulo se debe multiplicar la medida de su base por la medida de su altura.

$$\begin{aligned} A &= \left(4y+3x^2\right)\left(2y+3x^2\right) \\ &= 4y\cdot 2y+4y\cdot 3x^2+3x^2\cdot 2y+3x^2\cdot 3x^2 \\ &= 8y^2+12yx^2+6x^2y+9x^4 \\ &= 8y^2+18x^2y+9y^4 \end{aligned}$$



Por lo tanto, el área del rectángulo viene dada por $A=8y^2+18x^2y+9y^4$.

4. Efectúe la operación $2k^2\left(3k-k^3\right)\left(2+k^2\right)$.

Solución

Primero se calcula el producto de los dos primeros factores, lo cual corresponde a la multiplicación de un monomio por cada uno de los términos del polinomio.

$$\begin{aligned} 2k^2\left(3k-k^3\right) &= 2k^2\cdot 3k-2k^2\cdot k^3 \\ &= 6k^{2+1}-2k^{2+3} \\ &= 6k^3-2k^5 \end{aligned}$$

Ahora se calcula el producto de los dos polinomios, se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio y se reducen los términos semejantes.

$$\begin{aligned} \left(6k^3-2k^5\right)\left(2+k^2\right) &= 6k^3\cdot 2+6k^3\cdot k^2-2k^5\cdot 2-2k^5\cdot k^2 \\ &= 12k^3+6k^{3+2}-4k^5-2k^{5+2} \\ &= 12k^3+6k^5-4k^5-2k^7 \\ &= 12k^3+2k^5-2k^7 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $2k^2\left(3k-k^3\right)\left(2+k^2\right)=12k^3+2k^5-2k^7$.

Ejercicios

1. Efectúe cada una de las operaciones indicadas.

a) $(2x+3y-xy)(x+y)$

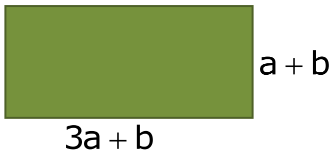
b) $\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{1}{3}ab\right)\left(\frac{3}{2}b+\frac{1}{2}a\right)$

c) $2x\left(\frac{3}{4}x-2x^3y\right)(x+y)$

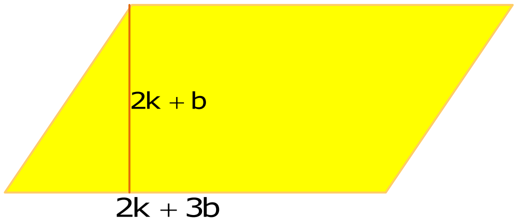
d) $(k-m+p)(kp+km)$

e) $\frac{-1}{4}m\left(\frac{3}{2}+m\right)(m^2+4)$

2. La medida de la altura de un rectángulo está dada por $a+b$, mientras que su base está dada por $3a+b$. ¿Cuál es, en términos de a y de b, el área del rectángulo?



3. La medida de la altura de un paralelogramo está dada por $2k+b$, mientras que su base está dada por $2k+3b$. ¿Cuál es, en términos de k y de b, el área del paralelogramo?



Soluciones

1. A continuación se muestra el desarrollo de la solución de cada operación.

a) Se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio y se reducen los términos semejantes.

$$\begin{aligned}(2x+3y-xy)(x+y) &= 2x\cdot x+2x\cdot y+3y\cdot x+3y\cdot y-xy\cdot x-xy\cdot y\\ &= 2x^{1+1}+2xy+3yx+3y^{1+1}-x^{1+1}y-xy^{1+1}\\ &= 2x^2+2xy+3yx+3y^2-x^2y-xy^2\\ &= 2x^2+5xy+3y^2-x^2y-xy^2\end{aligned}$$

Por lo tanto, $(2x+3y-xy)(x+y)=2x^2+5xy+3y^2-x^2y-xy^2$.

b) Se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio y se reducen los términos semejantes.

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{1}{3}ab\right)\left(\frac{3}{2}b+\frac{1}{2}a\right) &= \frac{2}{3}a^2\cdot\frac{3}{2}b+\frac{2}{3}a^2\cdot\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}ab\cdot\frac{3}{2}b-\frac{1}{3}ab\cdot\frac{1}{2}a\\ &= a^2b+\frac{1}{3}a^{2+1}-\frac{1}{2}ab^{1+1}-\frac{1}{6}a^{1+1}b\\ &= a^2b+\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}ab^2-\frac{1}{6}a^2b\\ &= \frac{5}{6}a^2b+\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}ab^2\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{1}{3}ab\right)\left(\frac{3}{2}b+\frac{1}{2}a\right)=\frac{5}{6}a^2b+\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}ab^2$.

c) Se comienza por calcular el producto de los dos primeros términos, que corresponde a multiplicar un monomio por cada término del polinomio.

$$\begin{aligned}2x\left(\frac{3}{4}x-2x^3y\right) &= 2x\cdot\frac{3}{4}x-2x\cdot 2x^3y\\ &= \frac{3}{2}x^{1+1}-4x^{1+3}y\\ &= \frac{3}{2}x^2-4x^4y\end{aligned}$$

Ahora se multiplica el polinomio obtenido por el polinomio del tercer factor.

$$\left(\frac{3}{2}x^2 - 4x^4y\right)(x+y) = \frac{3}{2}x^2 \cdot x + \frac{3}{2}x^2 \cdot y - 4x^4y \cdot x - 4x^4y \cdot y$$

$$= \frac{3}{2}x^{2+1} + \frac{3}{2}x^2y - 4x^{4+1}y - 4x^4y^{1+1}$$

$$= \frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2y - 4x^5y - 4x^4y^2$$

Por lo tanto, $2x\left(\frac{3}{4}x - 2x^3y\right)(x+y) = \frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2y - 4x^5y - 4x^4y^2$.

d) Se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio y se reducen los términos semejantes.

$$(k - m + p)(kp + km) = k \cdot kp + k \cdot km - m \cdot kp - m \cdot km + p \cdot kp + p \cdot km$$

$$= k^{1+1}p + k^{1+1}m - mkp - m^{1+1}k + p^{1+1}k + pkm$$

$$= k^2p + k^2m - mkp - m^2k + pkmp^2k +$$

$$= k^2p + k^2m - m^2k + p^2k$$

Por lo tanto, $(k - m + p)(kp + km) = k^2p + k^2m - m^2k + p^2k$.

e) Se comienza por calcular el producto de los dos primeros términos que corresponde a multiplicar un monomio por cada término del polinomio.

$$\frac{-1}{4}m\left(\frac{3}{2} + m\right) = \frac{-1}{4}m \cdot \frac{3}{2} + \frac{-1}{4}m \cdot m$$

$$= \frac{-3}{8}m - \frac{1}{4}m^{1+1}$$

$$= \frac{-3}{8}m + \frac{-1}{4}m^2$$

Ahora se multiplica el polinomio obtenido por el polinomio del tercer factor.

$$\left(\frac{-3}{8}m + \frac{-1}{4}m^2\right)(m^2 + 4) = \frac{-3}{8}m \cdot m^2 + \frac{-3}{8}m \cdot 4 + \frac{-1}{4}m^2 \cdot m^2 + \frac{-1}{4}m^2 \cdot 4$$

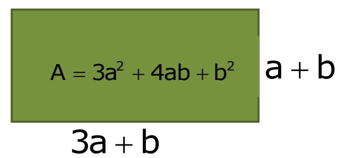
$$= \frac{-3}{8}m^{1+2} - \frac{3}{2}m - \frac{1}{4}m^{2+2} - m^2$$

$$= \frac{-3}{8}m^3 - \frac{3}{2}m - \frac{1}{4}m^4 - m^2$$

Por lo tanto, $\frac{-1}{4}m\left(\frac{3}{2}+m\right)\left(m^2+4\right)=\frac{-3}{8}m^3-\frac{3}{2}m-\frac{1}{4}m^4-m^2$.

2. Para obtener el área del rectángulo se debe multiplicar la medida de la base por la medida de la altura y se reducen términos semejantes.

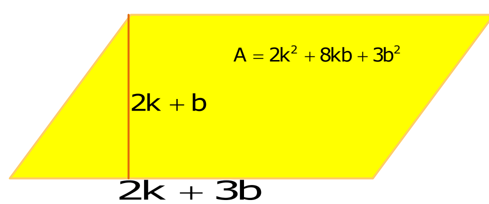
$$\begin{aligned} A &= (3a+b)(a+b) \\ &= 3a\cdot a + 3a\cdot b + b\cdot a + b\cdot b \\ &= 3a^{1+1} + 3ab + ba + b^{1+1} \\ &= 3a^2 + 3ab + ba + b^2 \\ &= 3a^2 + 4ab + b^2 \end{aligned}$$



Por lo tanto, el área del rectángulo corresponde a $A=3a^2+4ab+b^2$.

3. Para calcular el área del paralelogramo se multiplica la medida de la base por la medida de la altura.

$$\begin{aligned} A &= (2k+3b)(2k+b) \\ &= 2k\cdot 2k + 2k\cdot b + 3b\cdot 2k + 3b\cdot b \\ &= 2k^{1+1} + 2kb + 6bk + 3b^{1+1} \\ &= 2k^2 + 2kb + 6bk + 3b^2 \\ &= 2k^2 + 8kb + 3b^2 \end{aligned}$$



Por lo tanto, el área del paralelogramo corresponde a $A=2k^2+8kb+3b^2$.