MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIO POR MONOMIO

Ejemplos

1. Realice la operación indicada.

$$(2x - 3y)\,4x^2y$$

Solución

Se multiplica cada término del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned} 2x \cdot 4x^2y - 3y \cdot 4x^2y &= 8x^{1+2}y - 12x^2y^{1+1} \\ &= 8x^3y - 12x^2y^2 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $(2x - 3y)\,4x^2y = 8x^3y - 12x^2y^2$.

2. Efectúe la operación $\frac{-4}{3}a^5b^2\left(\frac{9}{2}a^2b - 3ab^4 + \frac{1}{4}a^4b^3\right)$.

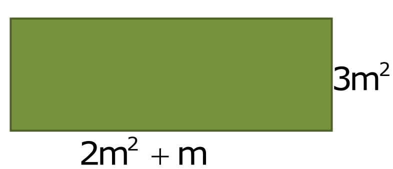
Solución

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.

$$\begin{aligned} \frac{-4}{3}a^5b^2 \cdot \frac{9}{2}a^2b + \frac{-4}{3}a^5b^2 \cdot -3ab^4 + \frac{-4}{3}a^5b^2 \cdot \frac{1}{4}a^4b^3 &= -6a^{5+2}b^{2+1} + 4a^{5+1}b^{2+4} - \frac{1}{3}a^{5+4}b^{2+3} \\ &= -6a^7b^3 + 4a^6b^6 - \frac{1}{3}a^9b^5 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\frac{-4}{3}a^5b^2\left(\frac{9}{2}a^2b - 3ab^4 + \frac{1}{4}a^4b^3\right) = -6a^7b^3 + 4a^6b^6 - \frac{1}{3}a^9b^5$.

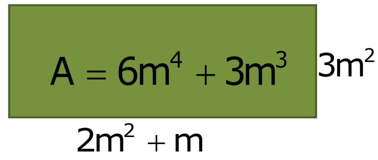
3. La medida de la altura de un rectángulo está dada por $3m^2$, mientras que su base está dada por $2m^2 + m$. ¿Cuál es, en términos de m, el área del rectángulo?



Solución

Para calcular el área del rectángulo se debe multiplicar la medida de su base por la medida de su altura.

$$
\begin{aligned}
A &= \left(2m^2 + m\right)3m^2 \\
&= 2m^2 \cdot 3m^2 + m \cdot 3m^2 \\
&= 6m^{2+2} + 3m^{1+2} \\
&= 6m^4 + 3m^3
\end{aligned}
$$



Por lo tanto, el área del rectángulo viene dada por $A = 6m^4 + 3m^3$.

4. Efectúe la operación $-3y^2p^3\left(-p - y - py\right)$.

Solución

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.

$$
\begin{aligned}
-3y^2p^3 \cdot -p + -3y^2p^3 \cdot -y + -3y^2p^3 \cdot -py &= 3y^2p^{3+1} + 3y^{2+1}p^3 + 3y^{2+1}p^{3+1} \\
&= 3y^2p^4 + 3y^3p^3 + 3y^3p^4
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, $-3y^2p^3\left(-p - y - py\right) = 3y^2p^4 + 3y^3p^3 + 3y^3p^4$.

Ejercicios

1. Efectúe cada una de las operaciones indicadas.

a) $\frac{5}{3}b^6\left(-9b^2+ab-6b^3\right)$

b) $\left(m^2+km-k^3\right)m^5$

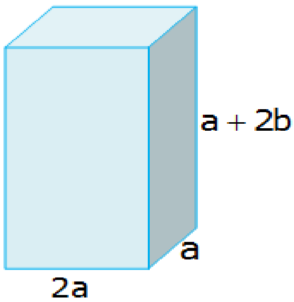
c) $5x\left(\frac{1}{10}x-2x^3y\right)$

d) $\left(\frac{2}{5}xy-\frac{4}{3}x^4y^2+\frac{5}{2}y\right)\frac{-5}{2}xy^3$

e) $-4m^2k^5\left(3mk+2m^5-2k^2\right)$

2. La medida de la base de un rectángulo está dada por $m+2mk$, mientras que su altura está dada por mk. ¿Cuál es, en términos de m y de k, el área del rectángulo?

3. En la figura adjunta se presenta un prisma recto de base rectangular. ¿Cuál es, en términos de a y de b, el volumen del prisma?



Soluciones

1. A continuación se presenta la solución completa de cada ejercicio.

a) Se multiplica el monomio por cada término del polinomio.

$$\begin{aligned}\frac{5}{3}b^6\left(-9b^2+ab-6b^3\right) &= \frac{5}{3}b^6\cdot -9b^2+\frac{5}{3}b^6\cdot ab+\frac{5}{3}b^6\cdot -6b^3\\ &= -15b^{6+2}+\frac{5}{3}ab^{6+1}-10b^{6+3}\\ &= -15b^8+\frac{5}{3}ab^7-10b^9\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\frac{5}{3}b^6\left(-9b^2+ab-6b^3\right)=-15b^8+\frac{5}{3}ab^7-10b^9$.

b) Se multiplica cada término del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned}\left(m^2+km-k^3\right)m^5 &= m^2\cdot m^5+km\cdot m^5-k^3\cdot m^5\\ &= m^{2+5}+km^{1+5}-k^3m^5\\ &= m^7+km^6-k^3m^5\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(m^2+km-k^3\right)m^5=m^7+km^6-k^3m^5$.

c) Se multiplica el monomio por cada término del polinomio.

$$\begin{aligned}5x\left(\frac{1}{10}x-2x^3y\right) &= 5x\cdot\frac{1}{10}x-5x\cdot 2x^3y\\ &= \frac{1}{2}x^{1+1}-10x^{1+3}y\\ &= \frac{1}{2}x^2-10x^4y\end{aligned}$$

Por lo tanto, $5x\left(\frac{1}{10}x-2x^3y\right)=\frac{1}{2}x^2-10x^4y$.

d) Se multiplica cada término del polinomio por el monomio.

$$\left(\frac{2}{5}xy-\frac{4}{3}x^4y^2+\frac{5}{2}y\right)\frac{-5}{2}xy^3=\frac{2}{5}xy\cdot\frac{-5}{2}xy^3-\frac{4}{3}x^4y^2\cdot\frac{-5}{2}xy^3+\frac{5}{2}y\cdot\frac{-5}{2}xy^3$$

$$=-x^{1+1}y^{1+3}+\frac{10}{3}x^{4+1}y^{2+3}-\frac{25}{4}xy^{1+3}$$

$$=-x^2y^4+\frac{10}{3}x^5y^5-\frac{25}{4}xy^4$$

Por lo tanto, $\left(\frac{2}{5}xy-\frac{4}{3}x^4y^2+\frac{5}{2}y\right)\frac{-5}{2}xy^3=-x^2y^4+\frac{10}{3}x^5y^5-\frac{25}{4}xy^4$.

e) Se multiplica el monomio por cada término del polinomio.

$$-4m^2k^5\left(3mk+2m^5-2k^2\right)=-4m^2k^5\cdot 3mk+-4m^2k^5\cdot 2m^5+-4m^2k^5\cdot -2k^2$$

$$=-12m^{2+1}k^{5+1}-8m^{2+5}k^5+8m^2k^{5+2}$$

$$=-12m^3k^6-8m^7k^5+8m^2k^7$$

Por lo tanto, $-4m^2k^5\left(3mk+2m^5-2k^2\right)=-12m^3k^6-8m^7k^5+8m^2k^7$.

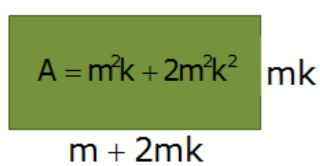
2. Para obtener el área del rectángulo se debe multiplicar la medida de la base por la medida de la altura.

$$A=\left(m+2mk\right)mk$$

$$=m\cdot mk+2mk\cdot mk$$

$$=m^{1+1}k+2m^{1+1}k^{1+1}$$

$$=m^2k+2m^2k^2$$



Por lo tanto, el área del rectángulo corresponde a $A=m^2k+2m^2k^2$.

3. Para calcular el volumen del prisma se multiplica el área de la base por la altura del sólido; por eso es necesario primero calcular el área del rectángulo de la base.

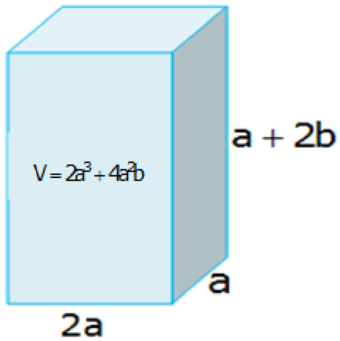
$$A=2a\cdot a$$

$$=2a^{1+1}$$

$$=2a^2$$

Luego, se multiplica el área de la base por la altura del prisma para obtener el volumen.

$$
\begin{aligned}
V &= 2a^2(a + 2b) \\
&= 2a^2 \cdot a + 2a^2 \cdot 2b \\
&= 2a^{2+1} + 4a^2b \\
&= 2a^3 + 4a^2b
\end{aligned}
$$



Por lo tanto, el volumen del prisma corresponde a $V = 2a^3 + 4a^2b$.