



## LEYES DE POTENCIAS

### Ejemplos

1. Reescriba la expresión  $\frac{x^{-4}b}{c^{-3}}$ ,  $x \neq 0$ ,  $c \neq 0$  de manera que no contenga exponentes negativos.

#### Solución

Para obtener una expresión equivalente que no contenga exponentes negativos, se reescriben las expresiones aplicando la ley de potencias para exponente negativo.

$$\begin{aligned} \frac{x^{-4}b}{c^{-3}} &= \frac{\frac{1}{x^4} \cdot b}{\frac{1}{c^3}} \\ &= \frac{b}{\frac{1}{c^3}} \\ &= \frac{bc^3}{x^4} \end{aligned}$$

Esto es posible puesto que  $x \neq 0$ ,  $c \neq 0$ .

Por lo tanto,  $\frac{x^{-4}b}{c^{-3}} = \frac{bc^3}{x^4}$ .

2. Escriba la expresión  $m^{3y+4} \div m^{y-1}$ ,  $m \neq 0$  como una única potencia.

#### Solución

Como las bases son iguales se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\begin{aligned} m^{3y+4} \div m^{y-1} &= m^{(3y+4)-(y-1)} \\ &= m^{3y+4-y+1} \\ &= m^{2y+5} \end{aligned}$$

Por lo tanto,  $m^{3y+4} \div m^{y-1} = m^{2y+5}$ .



3. Realice la operación  $(0,04)^{-3} \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{17}{3}}$ .

### Solución

El primero de los factores se puede expresar como una potencia con base  $\frac{1}{5}$ .

$$\begin{aligned} (0,04)^{-3} &= \left(\frac{4}{100}\right)^{-3} \\ &= \left(\frac{1}{25}\right)^{-3} \\ &= \left(\frac{1}{5^2}\right)^{-3} \\ &= \left(\frac{1^2}{5^2}\right)^{-3} \\ &= \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{-3} \\ &= \left(\frac{1}{5}\right)^{-6} \end{aligned}$$

El segundo de los factores también se puede reescribir como una potencia con base  $\frac{1}{5}$ .

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{25}} &= \sqrt{\frac{1}{5^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1^2}{5^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2} \\ &= \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{2}} \\ &= \left(\frac{1}{5}\right)^1 \end{aligned}$$

De esta forma se obtiene la multiplicación de tres potencias de igual base, por lo que se conserva la base y se suman los exponentes.



$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{5}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{17}{3}} &= \left(\frac{1}{5}\right)^{-6+1+\frac{17}{3}} \\ &= \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

Por lo tanto,  $(0,04)^{-3} \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{17}{3}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$ .

4. Simplifique al máximo la expresión  $\left(\frac{2m^{-2}b^4x}{3b^2x^{-1}m^{-3}}\right)^{-2}$ ,  $m \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $x \neq 0$ .

### Solución

Se aplican las leyes de potencias.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2m^{-2}b^4x}{3x^{-1}m^{-3}}\right)^{-2} &= \frac{2^{-2}m^4b^{-4}x^{-2}}{3^{-2}x^2m^6} \\ &= \frac{\frac{1}{2^2} \cdot m^4 \cdot \frac{1}{b^4} \cdot \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{3^2} \cdot x^2 \cdot m^6} \\ &= \frac{m^4}{\frac{4b^4x^2}{x^2m^6}} \\ &= \frac{9m^4}{4b^4x^2x^2m^6} \\ &= \frac{9m^{4-6}}{4b^4x^{2+2}} \\ &= \frac{9m^{-2}}{4b^4x^4} \\ &= \frac{9 \cdot \frac{1}{m^2}}{4b^4x^4} \\ &= \frac{9}{4b^4x^4m^2} \end{aligned}$$

Por lo tanto,  $\left(\frac{2m^{-2}b^4x}{3x^{-1}m^{-3}}\right)^{-2} = \frac{9}{4b^4x^4m^2}$ .



## Ejercicios

1. Resuelva cada operación y simplifique al máximo el resultado. Procure que no haya exponentes negativos o fraccionarios en los resultados.

$$a) \left( \sqrt[3]{16m^4} \right)^{12} \cdot \frac{1}{16m^4}, m > 0$$

$$b) \frac{(\sqrt[3]{2})^3 - (-1)^0}{-2^0}$$

$$c) \frac{\sqrt{\sqrt{81}} + (\sqrt[3]{3^6})^{\frac{1}{2}}}{\left(-\sqrt{\frac{6}{k}}\right)^2}, k > 0$$

$$d) \left[ (k^4)^3 \right]^{\frac{1}{8}} \cdot \left[ (k^{-2})^3 \right]^{\frac{1}{6}}, k > 0$$

$$e) \left\{ \left[ \left( \frac{b}{m} \right)^2 \right]^{\frac{1}{5}} \right\}^3 \div \left\{ \left[ \left( \frac{b}{m} \right)^3 \right]^{\frac{1}{3}} \right\}^{-1}, b \neq 0, m \neq 0$$

$$f) \left[ \left( n^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{9}{4}} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot \left( n^{\frac{1}{4}} \right)^{-5} \cdot (n^{-4})^{\frac{1}{2}}, n > 0$$

2. Simplifique al máximo cada expresión.

$$a) \left( \frac{a^{-3}m^3}{c^{-1}m^{-5}a} \right)^2, c \neq 0, m \neq 0, a \neq 0$$

$$b) \left( \frac{25k^{-1}}{\sqrt[3]{k^{-3}}} \right)^{-\frac{1}{2}}, k > 0$$



$$c) \left( \frac{c^4 n^{-2} x}{x n^3 c} \right)^{-1}, c \neq 0, x \neq 0, n \neq 0$$

$$d) \left( \frac{4m^2 c^{-3}}{m^3 c^{-2} x} \right)^2, m \neq 0, c \neq 0, x \neq 0$$

## Soluciones

1. A continuación se detalla una manera de realizar las operaciones.

a) Se aplican las leyes de potencias para obtener una multiplicación de potencias de igual base.

$$\begin{aligned} \left( \sqrt[3]{16m^4} \right)^{12} \cdot \frac{1}{16m^4} &= \left( \sqrt[3]{2^4 m^4} \right)^{12} \cdot \frac{1}{2^4 m^4} \\ &= \left[ \left[ (2m)^4 \right]^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{(2m)^4} \\ &= (2m)^{4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12} \cdot (2m)^{-4} \\ &= (2m)^{8+(-4)} \\ &= (2m)^4 \\ &= 2^4 m^4 \\ &= 16m^4 \end{aligned}$$

$$\text{Por lo tanto, } \left( \sqrt[3]{16m^4} \right)^{12} \cdot \frac{1}{16m^4} = 16m^4.$$



b) Se aplican las leyes de potencias para poder resolver la operación.

$$\begin{aligned} \frac{(\sqrt[3]{2})^3 - (-1)^0}{-2^0} &= \frac{\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 - 1}{-1} \\ &= \frac{2^{\frac{1}{3} \cdot 3} - 1}{-1} \\ &= \frac{2^1 - 1}{-1} \\ &= \frac{2 - 1}{-1} \\ &= \frac{1}{-1} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Por lo tanto,  $\frac{(\sqrt[3]{2})^3 - (-1)^0}{-2^0} = -1.$



c) Se aplican las leyes de potencias para resolver la operación.

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{\sqrt{81}} + (\sqrt[3]{3^6})^{\frac{1}{2}}}{\left(-\sqrt{\frac{6}{k}}\right)^2} &= \frac{\sqrt{\sqrt{3^4}} + \left(3^{\frac{6}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left[-1 \cdot \left(\frac{6}{k}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2} \\
 &= \frac{\left[\left(3^4\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{6 \cdot 1}{3 \cdot 2}}}{\left[-1 \cdot \left(\frac{6}{k}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2} \\
 &= \frac{3^{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} + 3^1}{(-1)^2 \cdot \left(\frac{6}{k}\right)^{\frac{1}{2} \cdot 2}} \\
 &= \frac{3^1 + 3^1}{1 \cdot \left(\frac{6}{k}\right)^1} \\
 &= \frac{3 + 3}{\frac{6}{k}} \\
 &= \frac{6}{\frac{6}{k}} \\
 &= \frac{6k}{6} \\
 &= k
 \end{aligned}$$

Note que esto es válido porque  $k > 0$ .

Por lo tanto,  $\frac{\sqrt{\sqrt{81}} + (\sqrt[3]{3^6})^{\frac{1}{2}}}{\left(-\sqrt{\frac{6}{k}}\right)^2} = k$ .



- d) Se aplican las leyes de potencias para obtener una multiplicación de potencias de igual base.

$$\begin{aligned} \left[ (k^4)^3 \right]^{\frac{1}{8}} \cdot \left[ (k^{-2})^3 \right]^{\frac{1}{6}} &= k^{4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{8}} \cdot k^{-2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6}} \\ &= k^{\frac{3}{2}} \cdot k^{-1} \\ &= k^{\frac{3}{2} + -1} \\ &= k^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{k} \end{aligned}$$

Note que esto es válido porque  $k > 0$ .

$$\text{Por lo tanto, } \left[ (k^4)^3 \right]^{\frac{1}{8}} \cdot \left[ (k^{-2})^3 \right]^{\frac{1}{6}} = \sqrt{k}.$$

- e) Se aplican las leyes de potencias para obtener una división de potencias de igual base.

$$\begin{aligned} \left\{ \left[ \left( \frac{b}{m} \right)^2 \right]^{\frac{1}{5}} \right\}^3 \div \left\{ \left[ \left( \frac{b}{m} \right)^3 \right]^{\frac{1}{3}} \right\}^{-1} &= \left( \frac{b}{m} \right)^{2 \cdot \frac{1}{5} \cdot 3} \div \left( \frac{b}{m} \right)^{3 \cdot \frac{1}{3} \cdot -1} \\ &= \left( \frac{b}{m} \right)^{\frac{6}{5}} \div \left( \frac{b}{m} \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{b}{m} \right)^{\frac{6}{5} - -1} \\ &= \left( \frac{b}{m} \right)^{\frac{11}{5}} \\ &= \sqrt[5]{\left( \frac{b}{m} \right)^{11}} \end{aligned}$$

Note que esto es válido porque tanto  $b$  como  $m$  son diferentes de 0.

$$\text{Por lo tanto, } \left\{ \left[ \left( \frac{b}{m} \right)^2 \right]^{\frac{1}{5}} \right\}^3 \div \left\{ \left[ \left( \frac{b}{m} \right)^3 \right]^{\frac{1}{3}} \right\}^{-1} = \sqrt[5]{\left( \frac{b}{m} \right)^{11}}.$$





- f) Se aplican las leyes de potencias para obtener una multiplicación de potencias de igual base.

$$\begin{aligned} \left[ \left( n^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{9}{4}} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot \left( n^4 \right)^{-5} \cdot \left( n^{-4} \right)^{\frac{1}{2}} &= n^{\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{3}} \cdot n^{4 \cdot -5} \cdot n^{-4 \cdot \frac{1}{2}} \\ &= n^{\frac{1}{2}} \cdot n^{-5} \cdot n^{-2} \\ &= n^{\frac{1}{2} + -5 + -2} \\ &= n^{-\frac{11}{2}} \\ &= \frac{1}{n^{\frac{11}{2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[4]{n^{11}}} \end{aligned}$$

Note que esto es válido porque  $n$  es un número positivo.

Por lo tanto, 
$$\left[ \left( n^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{9}{4}} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot \left( n^4 \right)^{-5} \cdot \left( n^{-4} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[4]{n^{11}}}.$$



2. A continuación se detalla una manera de realizar las operaciones.

a) Se aplican las leyes de potencias.

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{a^{-3}m^3}{c^{-1}m^{-5}a} \right)^2 &= \frac{a^{-3 \cdot 2}m^{3 \cdot 2}}{c^{-1 \cdot 2}m^{-5 \cdot 2}a^{1 \cdot 2}} \\
 &= \frac{a^{-6}m^6}{c^{-2}m^{-10}a^2} \\
 &= \frac{1}{a^6} \cdot m^6 \\
 &= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{m^{10}} \cdot a^2 \\
 &= \frac{m^6}{a^6} \\
 &= \frac{a^2}{c^2 m^{10}} \\
 &= \frac{m^6 c^2 m^{10}}{a^6 a^2} \\
 &= \frac{c^2 m^{6+10}}{a^{6+2}} \\
 &= \frac{c^2 m^{16}}{a^8}
 \end{aligned}$$

Observe que ninguna variable es igual a 0.

Por lo tanto,  $\left( \frac{a^{-3}m^3}{c^{-1}m^{-5}a} \right)^2 = \frac{c^2 m^{16}}{a^8}$ .



b) Se aplican las leyes de potencias.

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{25k^{-1}}{\sqrt[3]{k^{-3}}} \right)^{-\frac{1}{2}} &= \left( \frac{5^2 k^{-1}}{(k^{-3})^{\frac{1}{3}}} \right)^{-\frac{1}{2}} \\
 &= \left( \frac{5^2 k^{-1}}{k^{-3 \cdot \frac{1}{3}}} \right)^{-\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{5^{2 \cdot -\frac{1}{2}} k^{-1 \cdot -\frac{1}{2}}}{k^{-1 \cdot -\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{5^{-1} k^{\frac{1}{2}}}{k^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1}{5^1} \cdot k^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} \\
 &= \frac{k^0}{5} \\
 &= \frac{1}{5}
 \end{aligned}$$

Note que es válido porque  $k > 0$ .

Por lo tanto,  $\left( \frac{25k^{-1}}{\sqrt[3]{k^{-3}}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$ .



c) Se aplican las leyes de potencias.

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{c^4 n^{-2} x}{x n^3 c} \right)^{-1} &= \frac{c^{4-1} n^{-2-1} x^{1-1}}{x^{1-1} n^{3-1} c^{1-1}} \\
 &= \frac{c^{-4} n^2 x^{-1}}{x^{-1} n^{-3} c^{-1}} \\
 &= \frac{1}{c^4} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{x^1} \\
 &= \frac{1}{x^1} \cdot \frac{1}{n^3} \cdot \frac{1}{c^1} \\
 &= \frac{n^2}{c^4 x^1} \\
 &= \frac{1}{x^1 n^3 c^1} \\
 &= \frac{n^2 x^1 n^3 c^1}{c^4 x^1} \\
 &= n^{2+3} x^{1-1} c^{1-4} \\
 &= n^5 x^0 c^{-3} \\
 &= n^5 \cdot 1 \cdot \frac{1}{c^3} \\
 &= \frac{n^5}{c^3}
 \end{aligned}$$

Observe que  $c \neq 0$ ,  $x \neq 0$ ,  $n \neq 0$ , por lo que la expresión nunca se indefine.

Por lo tanto,  $\left( \frac{c^4 n^{-2} x}{x n^3 c} \right)^{-1} = \frac{n^5}{c^3}$ .



d) Se aplican las leyes de potencias.

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{4m^2c^{-3}}{m^3c^{-2}x} \right)^2 &= \frac{4^{1 \cdot 2} m^{2 \cdot 2} c^{-3 \cdot 2}}{m^{3 \cdot 2} c^{-2 \cdot 2} x^{1 \cdot 2}} \\
 &= \frac{4^2 m^4 c^{-6}}{m^6 c^{-4} x^2} \\
 &= \frac{16m^4 \cdot \frac{1}{c^6}}{m^6 x^2 \cdot \frac{1}{c^4}} \\
 &= \frac{16m^4}{\frac{c^6}{m^6 x^2} \cdot \frac{1}{c^4}} \\
 &= \frac{16m^4 c^4}{m^6 x^2 c^6} \\
 &= \frac{16m^{4-6} c^{4-6}}{x^2} \\
 &= \frac{16m^{-2} c^{-2}}{x^2} \\
 &= \frac{16 \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{c^2}}{x^2} \\
 &= \frac{16}{m^2 c^2 x^2}
 \end{aligned}$$

Lo cual es válido porque  $m \neq 0$ ,  $c \neq 0$ ,  $x \neq 0$ .

Por lo tanto,  $\left( \frac{4m^2c^{-3}}{m^3c^{-2}x} \right)^2 = \frac{16}{m^2c^2x^2}$ .