DIVISIÓN DE POLINOMIO POR POLINOMIO

Ejemplos

1. Encuentre el cociente y el residuo que se obtienen al hacer la siguiente división de polinomios.

$$\left(1-3x+2x^2\right)\div(2+x)$$

Solución

Se ordenan los términos de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable tanto para el dividendo como para el divisor.

$$\left(2x^2-3x+1\right)\div(x+2)$$

El dividendo es un polinomio de grado 2 y el divisor es un binomio de grado 1. Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $2-1=1$ y el residuo debe tener grado 0 ya que debe ser menor que el grado del divisor.

Se colocan el dividendo y el divisor para efectuar a división.

$$2x^2-3x+1 \ \underline{|x+2}$$

Se divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor.

$$2x^2-3x+1 \ \underline{|x+2}$$

$$\frac{2x^2}{x}=2x$$

El resultado de esa división corresponde al primer término del cociente.

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & \underline{x+2} \\ & 2x \end{array}$$

Ese primer término del cociente se multiplica por cada término del divisor.

$$\begin{aligned} 2x(x+2) &= 2x\cdot x+2x\cdot 2 \\ &= 2x^2+4x \end{aligned}$$

El resultado de este producto se resta del dividendo.

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & \underline{x+2} \\ -\left(2x^2+4x\right) & 2x \end{array}$$

Al realizar la resta se obtiene:

$$\left(2x^2-3x+1\right)-\left(2x^2+4x\right)=2x^2-3x+1-2x^2-4x$$
$$=0x^2-7x+1$$
$$=-7x+1$$

Por lo que se tiene:

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & \underline{x+2} \\ \underline{-\left(2x^2+4x\right)} & 2x \\ \quad -7x+1 & \end{array}$$

Se repite el proceso anterior con el nuevo polinomio ya que es de grado 1 y el divisor también es de grado 1.

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & \underline{x+2} \\ \underline{-\left(2x^2+4x\right)} & 2x \\ \quad -7x+1 & \end{array}$$

Se divide el primer término del nuevo polinomio por el primer término del divisor.

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & \underline{x+2} \\ \underline{-\left(2x^2+4x\right)} & 2x \\ \quad -7x+1 & \end{array}$$

$$\frac{-7x}{x}=-7$$

El resultado de esa división corresponde al segundo término del cociente.

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & \underline{x+2} \\ \underline{-\left(2x^2+4x\right)} & 2x-7 \\ \quad -7x+1 & \end{array}$$

Ese término del cociente se multiplica por cada término del divisor.

$$-7\left(x+2\right)=-7\cdot x+-7\cdot 2$$
$$=-7x-14$$

El resultado de ese producto se resta del nuevo polinomio.

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & \underline{x+2} \\ \underline{-\left(2x^2+4x\right)} & 2x-7 \\ \quad -7x+1 & \\ -\left(-7x-14\right) & \end{array}$$

Al realizar la resta se obtiene:

$$\begin{aligned}(-7x+1)-(-7x-14) &= -7x+1+7x+14\\ &= 0x+15\\ &= 15\end{aligned}$$

Por lo que se tiene:

$$\begin{array}{l|l} 2x^2-3x+1 & x+2 \\ \cline{2-2} \underline{-(2x^2+4x)} & 2x-7 \\ \quad -7x+1 & \\ \quad \underline{-(-7x-14)} & \\ \qquad\quad 15 & \end{array}$$

El proceso se acaba aquí porque el grado de este nuevo polinomio es menor que el grado del divisor. Por lo tanto el cociente de la división es $2x-7$ y el residuo es 15.

2. Encuentre el cociente y el residuo que se obtienen al hacer la siguiente división de polinomios.

$$(3-2x+3x^4+x^3)\div(x^2-1)$$

Solución

Se ordenan los términos de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable y se agregan términos con coeficiente numérico 0 para los grados de la variable que no tengan término.

De esta forma el se obtiene:

$$(3x^4+x^3+0x^2-2x+3)\div(x^2+0x-1)$$

El dividendo es un polinomio de grado 4 y el divisor es un polinomio de grado 2. Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $4-2=2$ y el residuo debe tener grado 0 o 1 ya que debe ser menor que el grado del divisor.

Se colocan el dividendo y el divisor para efectuar a división.

$$\begin{array}{l|l} 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Se divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor.

$$\begin{array}{l|l} 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

$$\frac{3x^4}{x^2}=3x^2$$

El resultado de esa división corresponde al primer término del cociente.

$$\begin{array}{l|l} 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline & 3x^2 \end{array}$$

Ese primer término del cociente se multiplica por cada término del divisor.

$$\begin{aligned} 3x^2\left(x^2+0x-1\right) &= 3x^2\cdot x^2+3x^2\cdot 0x-3x^2\cdot 1 \\ &= 3x^4+0x^3-3x^2 \end{aligned}$$

El resultado de este producto se resta del dividendo.

$$\begin{array}{l|l} \quad 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline -\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) & 3x^2 \end{array}$$

Al realizar la resta se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(3x^4+x^3+0x^2-2x+3\right)-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) &= 3x^4+x^3+0x^2-2x+3-3x^4-0x^3+3x^2 \\ &= 0x^4+x^3+3x^2-2x+3 \\ &= x^3+3x^2-2x+3 \end{aligned}$$

Por lo que se tiene:

$$\begin{array}{l|l} \quad 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline -\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) & 3x^2 \\ \hline \qquad\qquad x^3+3x^2-2x+3 & \end{array}$$

Se repite el proceso anterior con el nuevo polinomio ya que es de grado 3 y el divisor es de grado 2.

$$\begin{array}{l|l} \quad 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline -\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) & 3x^2 \\ \hline \qquad\qquad x^3+3x^2-2x+3 & \end{array}$$

Se divide el primer término del nuevo polinomio por el primer término del divisor.

$$\begin{array}{l|l} \quad 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline -\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) & 3x^2 \\ \hline \qquad\qquad x^3+3x^2-2x+3 & \end{array}$$

$$\frac{x^3}{x^2}=x$$

El resultado de esa división corresponde al segundo término del cociente.

$$\begin{array}{l|l} 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & \underline{x^2+0x-1} \\ \underline{-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right)} & 3x^2+x \\ \qquad x^3+3x^2-2x+3 & \end{array}$$

Ese término del cociente se multiplica por cada término del divisor.

$$\begin{aligned} x\left(x^2+0x-1\right) &= x\cdot x^2+x\cdot 0x-x\cdot 1 \\ &= x^3+0x^2-x \end{aligned}$$

El resultado de ese producto se resta del nuevo polinomio.

$$\begin{array}{l|l} 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & \underline{x^2+0x-1} \\ \underline{-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right)} & 3x^2+x \\ \qquad x^3+3x^2-2x+3 & \\ \quad -\left(x^3+0x^2-x\right) & \end{array}$$

Al realizar la resta se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(x^3+3x^2-2x+3\right)-\left(x^3+0x^2-x\right) &= x^3+3x^2-2x+3-x^3-0x^2+x \\ &= 0x^3+3x^2-x+3 \\ &= 3x^2-x+3 \end{aligned}$$

Por lo que se tiene:

$$\begin{array}{l|l} 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & \underline{x^2+0x-1} \\ \underline{-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right)} & 3x^2+x \\ \qquad x^3+3x^2-2x+3 & \\ \quad \underline{-\left(x^3+0x^2-x\right)} & \\ \qquad\quad 3x^2-x+3 & \end{array}$$

Se repite el proceso anterior con el nuevo polinomio ya que es de grado 2 y el divisor también es de grado 2.

$$\begin{array}{l|l} 3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & \underline{x^2+0x-1} \\ \underline{-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right)} & 3x^2+x \\ \qquad x^3+3x^2-2x+3 & \\ \quad \underline{-\left(x^3+0x^2-x\right)} & \\ \qquad\quad 3x^2-x+3 & \end{array}$$

Se divide el primer término del nuevo polinomio por el primer término del divisor.

$$\begin{array}{l|l}
3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline
-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) & 3x^2+x \\ \hline
\qquad x^3+3x^2-2x+3 & \\
\quad -\left(x^3+0x^2-x\right) & \\ \hline
\qquad\quad 3x^2-x+3 &
\end{array}$$

$$\frac{3x^2}{x^2}=3$$

El resultado de esa división corresponde al tercer término del cociente.

$$\begin{array}{l|l}
3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline
-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) & 3x^2+x+3 \\ \hline
\qquad x^3+3x^2-2x+3 & \\
\quad -\left(x^3+0x^2-x\right) & \\ \hline
\qquad\quad 3x^2-x+3 &
\end{array}$$

Ese término del cociente se multiplica por cada término del divisor.

$$\begin{aligned}
3\left(x^2+0x-1\right) &= 3\cdot x^2+3\cdot 0x-3\cdot 1 \\
&= 3x^2+0x-3
\end{aligned}$$

El resultado de ese producto se resta del nuevo polinomio.

$$\begin{array}{l|l}
3x^4+x^3+0x^2-2x+3 & x^2+0x-1 \\ \hline
-\left(3x^4+0x^3-3x^2\right) & 3x^2+x+3 \\ \hline
\qquad x^3+3x^2-2x+3 & \\
\quad -\left(x^3+0x^2-x\right) & \\ \hline
\qquad\quad 3x^2-x+3 & \\
\qquad -\left(3x^2+0x-3\right) &
\end{array}$$

Al realizar la resta se obtiene:

$$\begin{aligned}
\left(3x^2-x+3\right)-\left(3x^2+0x-3\right) &= 3x^2-x+3-3x^2-0x+3 \\
&= 0x^2-x+6 \\
&= -x+6
\end{aligned}$$

Por lo que se tiene:

$$\begin{array}{l|l} 3x^4 + x^3 + 0x^2 - 2x + 3 & x^2 + 0x - 1 \\ \hline -\left(3x^4 + 0x^3 - 3x^2\right) & 3x^2 + x + 3 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2x + 3$$

$$\underline{-\left(x^3 + 0x^2 - x\right)}$$

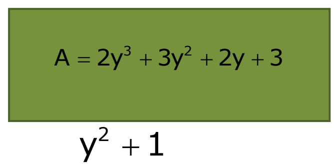
$$3x^2 - x + 3$$

$$\underline{-\left(3x^2 + 0x - 3\right)}$$

$$-x + 6$$

El proceso se acaba aquí porque el grado de este nuevo polinomio es menor que el grado del divisor. Por lo tanto el cociente de la división es $3x^2 + x + 3$ y el residuo es $-x + 6$.

3. La medida de la base de un rectángulo está dada por $y^2 + 1$, mientras que su área está dada por $A = 2y^3 + 3y^2 + 2y + 3$. ¿Cuál es, en términos de y, la altura del rectángulo?



Solución

Para calcular la altura del rectángulo se debe dividir su área por su base.

$$\left(2y^3 + 3y^2 + 2y + 3\right) \div \left(y^2 + 1\right)$$

Se verifica que estén ordenados los términos de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable, tanto para el dividendo como para el divisor. Se agregan términos con coeficiente numérico 0 para los grados de la variable que no tengan término.

$$\left(2y^3 + 3y^2 + 2y + 3\right) \div \left(y^2 + 0y + 1\right)$$

El dividendo es un polinomio de grado 3 y el divisor es un polinomio de grado 2. Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $3 - 2 = 1$ y el residuo debe ser 0 ya que el área corresponde al producto de la medida de la base por la medida de la altura.

Se colocan el dividendo y el divisor para efectuar a división.

$$\begin{array}{l|l} 2y^3 + 3y^2 + 2y + 3 & y^2 + 0y + 1 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Se divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor.

$$2y^3+3y^2+2y+3 \;\underline{|\, y^2+0y+1}$$

$$\frac{2y^3}{y^2}=2y$$

El resultado de esa división corresponde al primer término del cociente.

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} & 2y \end{array}$$

Ese primer término del cociente se multiplica por cada término del divisor.

$$\begin{aligned} 2y\left(y^2+0y+1\right) &= 2y\cdot y^2+2y\cdot 0y+2y\cdot 1 \\ &= 2y^3+0y^2+2y \end{aligned}$$

El resultado de este producto se resta del dividendo.

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} -\left(2y^3+0y^2+2y\right) & 2y \end{array}$$

Al realizar la resta se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(2y^3+3y^2+2y+3\right)-\left(2y^3+0y^2+2y\right) &= 2y^3+3y^2+2y+3-2y^3+0y^2-2y \\ &= 0y^3+3y^2+0y+3 \\ &= 3y^2+0y+3 \end{aligned}$$

Por lo que se tiene:

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} -\left(2y^3+0y^2+2y\right) & 2y \\ \cline{1-1} \qquad 3y^2+0y+3 & \end{array}$$

Se repite el proceso anterior con el nuevo polinomio ya que es de grado 2 y el divisor también es de grado 2.

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} -\left(2y^3+0y^2+2y\right) & 2y \\ \cline{1-1} \qquad 3y^2+0y+3 & \end{array}$$

Se divide el primer término del nuevo polinomio por el primer término del divisor.

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} -\left(2y^3+0y^2+2y\right) & 2y \\ \cline{1-1} \qquad\quad 3y^2+0y+3 & \end{array}$$

$$\frac{3y^2}{y^2}=3$$

El resultado de esa división corresponde al segundo término del cociente.

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} -\left(2y^3+0y^2+2y\right) & 2y+3 \\ \cline{1-1} \qquad\quad 3y^2+0y+3 & \end{array}$$

Ese término del cociente se multiplica por cada término del divisor.

$$\begin{aligned} 3\left(y^2+0y+1\right) &= 3\cdot y^2+3\cdot 0y+3\cdot 1 \\ &= 3y^2+0y+3 \end{aligned}$$

El resultado de ese producto se resta del nuevo polinomio.

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} -\left(2y^3+0y^2+2y\right) & 2y+3 \\ \cline{1-1} \qquad\quad 3y^2+0y+3 & \\ \qquad -\left(3y^2+0y+3\right) & \end{array}$$

Al realizar la resta se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(3y^2+0y+3\right)-\left(3y^2+0y+3\right) &= 3y^2+0y+3-3y^2-0y-3 \\ &= 0y^2+0y+0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

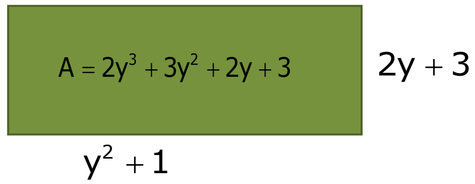
Por lo que se tiene:

$$\begin{array}{l|l} 2y^3+3y^2+2y+3 & y^2+0y+1 \\ \cline{2-2} -\left(2y^3+0y^2+2y\right) & 2y+3 \\ \cline{1-1} \qquad\quad 3y^2+0y+3 & \\ \qquad -\left(3y^2+0y+3\right) & \\ \cline{1-1} \qquad\qquad\qquad\quad 0 & \end{array}$$

El proceso se acaba aquí porque el grado de este nuevo polinomio es menor que el grado del divisor.

Por lo tanto, el cociente de la división es $2y+3$ y el residuo es 0.

Es por todo esto que se puede concluir que la medida de la altura del rectángulo es $2y+3$.



Ejercicios

1. Encuentre el cociente y el residuo que se obtienen al hacer cada una de las siguientes divisiones de polinomios.

a) $\left(x^2+3x^3+2x^4+4\right)\div\left(x^2+x\right)$

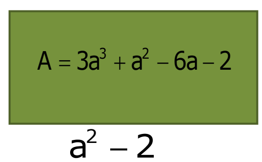
b) $\left(3a^2-13a-5\right)\div\left(a-5\right)$

c) $\left(-2x-3-2x^2+x^3\right)\div\left(-3+x\right)$

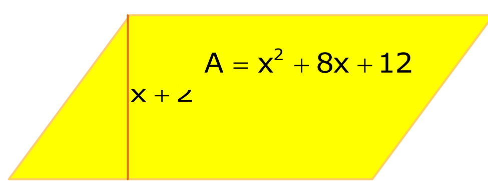
d) $\left(x^4-2-5x-x^2\right)\div\left(-x^2-x-1\right)$

e) $\left(y^5+12y^2+1-8y\right)\div\left(5-2y+y^2\right)$

2. La medida de la base de un rectángulo está dada por a^2-2, mientras que su área corresponde a $A=3a^3+a^2-6a-2$. ¿Cuál es, en términos de a, la altura del rectángulo?



3. La medida de la altura de un paralelogramo está dada por $x+2$, mientras que su área corresponde a $A=x^2+8x+12$. ¿Cuál es, en términos de x, la medida de la base del paralelogramo?



Soluciones

1. A continuación se muestra cómo se realizan las operaciones para obtener los datos solicitados.

a) Se ordenan los términos de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable y se agregan términos con coeficiente numérico 0 para los grados de la variable que no tengan término.

De esta forma el se obtiene:

$$\left(2x^4+3x^3+x^2+0x+4\right)\div\left(x^2+x+0\right)$$

El dividendo es un polinomio de grado 4 y el divisor es un polinomio de grado 2.

Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $4-2=2$ y el residuo debe tener grado 0 ó 1 ya que debe ser menor que el grado del divisor.

$$\begin{array}{rl|l}
 & 2x^4+3x^3+x^2+0x+4 & x^2+x+0 \\ \cline{3-3}
 & -\left(2x^4+2x^3\right) & 2x^2+x \\ \cline{2-2}
 & x^3+x^2+0x+4 & \\
 & -\left(x^3+x^2\right) & \\ \cline{2-2}
 & 4 &
\end{array}$$

Por lo tanto, el cociente es el binomio $2x^2+x$, y el residuo es 4.

b) Se verifica que los términos están ordenados de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable.

$$\left(3a^2-13a-5\right)\div\left(a-5\right)$$

El dividendo es un polinomio de grado 2 y el divisor es un polinomio de grado 1.

Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $2-1=1$ y el residuo debe tener grado 0 ya que debe ser menor que el grado del divisor.

$$\begin{array}{l|l} 3a^2-13a-5 & a-5 \\ \hline \underline{-\left(3a^2-15a\right)} & 3a+2 \\ \qquad 2a-5 & \\ \qquad \underline{-\left(2a-10\right)} & \\ \qquad\qquad 5 & \end{array}$$

Por lo tanto, el cociente es $3a+2$, y el residuo es 5.

c) Se ordenan los términos de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable. De esta forma el se obtiene:

$$\left(x^3-2x^2+2x-3\right)\div\left(x-3\right)$$

El dividendo es un polinomio de grado 3 y el divisor es un polinomio de grado 1.

Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $3-1=2$ y el residuo debe tener grado 0 ya que debe ser menor que el grado del divisor.

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+2x-3 & x-3 \\ \hline \underline{-\left(x^3-3x^2\right)} & x^2+x+1 \\ \qquad x^2-2x-3 & \\ \qquad \underline{-\left(x^2-3x\right)} & \\ \qquad\qquad x-3 & \\ \qquad\qquad \underline{-\left(x-3\right)} & \\ \qquad\qquad\quad 0 & \end{array}$$

Por lo tanto, el cociente es x^2+x+1, y el residuo es 0.

d) Se ordenan los términos de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable y se agregan términos con coeficiente numérico 0 para los grados de la variable que no tengan término.

De esta forma el se obtiene:

$$\left(x^4+0x^3-x^2-5x-2\right)\div\left(-x^2-x-1\right)$$

El dividendo es un polinomio de grado 4 y el divisor es un polinomio de grado 2.

Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $4-2=2$ y el residuo debe tener grado 0 o 1 ya que debe ser menor que el grado del divisor.

$$\begin{array}{l|l}
x^4+0x^3-x^2-5x-2 & -x^2-x-1 \\ \hline
-\left(x^4+x^3+x^2\right) & -x^2+x+1 \\
\quad -x^3-2x^2-5x-2 & \\
\quad -\left(-x^3-x^2-x\right) & \\
\qquad -x^2-4x-2 & \\
\qquad -\left(-x^2-x-1\right) & \\
\qquad\qquad -3x-1 &
\end{array}$$

Por lo tanto, el cociente es $-x^2+x+1$, y el residuo es $-3x-1$.

e) Se ordenan los términos de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable y se agregan términos con coeficiente numérico 0 para los grados de la variable que no tengan término.

De esta forma el se obtiene:
$\left(y^5+0y^4+0y^3+12y^2-8y+1\right)\div\left(y^2-2y+5\right)$

El dividendo es un polinomio de grado 5 y el divisor es un polinomio de grado 2.

Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $5-2=3$ y el residuo debe tener grado 0 ó 1 ya que debe ser menor que el grado del divisor.

$$\begin{array}{l|l}
y^5+0y^4+0y^3+12y^2-8y+1 & y^2-2y+5 \\ \hline
-\left(y^5-2y^4+5y^3\right) & y^3+2y^2-y \\
\quad 2y^4-5y^3+12y^2-8y+1 & \\
\quad -\left(2y^4-4y^3-10y^2\right) & \\
\qquad -y^3+2y^2-8y+1 & \\
\qquad -\left(-y^3+2y^2-5y\right) & \\
\qquad\qquad -3y+1 &
\end{array}$$

Por lo tanto el cociente es y^3+2y^2-y, y el residuo es $-3y+1$.

2. Para obtener la medida de la altura del rectángulo se debe dividir el área por la medida de la base.

$$\left(3a^3+a^2-6a-2\right)\div\left(a^2-2\right)$$

Se verifica que los términos estén ordenados de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable y se agregan términos con coeficiente numérico 0 para los grados de la variable que no tengan término.

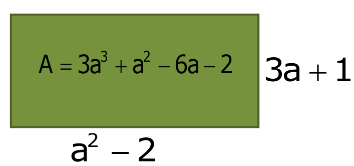
$$\left(3a^3+a^2-6a-2\right)\div\left(a^2+0a-2\right)$$

El dividendo es un polinomio de grado 3 y el divisor es un polinomio de grado 2.

Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $3-2=1$ y el residuo debe ser 0 porque el área del rectángulo es el producto de la base por la altura.

$$\begin{array}{rl}
3a^3+a^2-6a-2 & \underline{|\,a^2+0a-2} \\
\underline{-\left(3a^3+0a^2-6a\right)} & 3a+1 \\
a^2+0a-2 & \\
\underline{-\left(a^2+0a-2\right)} & \\
0 &
\end{array}$$

Por lo tanto, la medida de la altura del rectángulo es $3a+1$.



3. Para obtener la medida de la base del paralelogramo se debe dividir el área por la medida de la altura.

$$\left(x^2+8x+12\right)\div\left(x+2\right)$$

Se verifica que los términos estén ordenados de mayor a menor de acuerdo con el grado de la variable.

El dividendo es un polinomio de grado 2 y el divisor es un polinomio de grado 1.

Esto significa que el cociente debe ser un polinomio de grado $2-1=1$ y el residuo debe ser 0 porque el área del paralelogramo es el producto de la base por la altura.

$$\begin{array}{rl} a^2+8a+12 & \underline{|\,x+2} \\ \underline{-\left(x^2+2x\right)} & \quad x+6 \\ 6x+12 & \\ \underline{-\left(6x+12\right)} & \\ 0 & \end{array}$$

Por lo tanto, la medida de la base del paralelogramo es $x+6$.