DIVISIÓN DE POLINOMIO POR MONOMIO

Ejemplos

1. Realice la operación indicada.

$$\left(4x^5y-6x^3y^2\right)\div\left(2x^2y\right)$$

Solución

Se divide cada término del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned}\frac{4x^5y}{2x^2y}-\frac{6x^3y^2}{2x^2y}&=2x^{5-2}y^{1-1}-3x^{3-2}y^{2-1}\\&=2x^3y^0-3x^1y^1\\&=2x^3-3xy\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(4x^5y-6x^3y^2\right)\div\left(2x^2y\right)=2x^3-3xy$.

2. Efectúe la operación $\left(\frac{3}{2}a^5b^4c-\frac{5}{2}a^3b^4+\frac{5}{4}a^6b^3c^2\right)\div\left(\frac{-1}{2}a^3b^2\right)$

Solución

Se divide cada uno de los términos del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned}\frac{\frac{3}{2}a^5b^4c}{\frac{-1}{2}a^3b^2}-\frac{\frac{5}{2}a^3b^4}{\frac{-1}{2}a^3b^2}+\frac{\frac{5}{4}a^6b^3c^2}{\frac{-1}{2}a^3b^2}&=-3a^{5-3}b^{4-2}c+5a^{3-3}b^{4-2}-\frac{5}{2}a^{6-3}b^{3-2}c^2\\&=-3a^2b^2c+5a^0b^2-\frac{5}{2}a^3b^1c^2\\&=-3a^2b^2c+5b^2-\frac{5}{2}a^3bc^2\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{3}{2}a^5b^4c-\frac{5}{2}a^3b^4+\frac{5}{4}a^6b^3c^2\right)\div\left(\frac{-1}{2}a^3b^2\right)=-3a^2b^2c+5b^2-\frac{5}{2}a^3bc^2$.

3. La medida de la altura de un rectángulo está dada por $3k$, mientras que su área corresponde a $A(k) = 6k^2 + 9k^3$. ¿Cuál es, en términos de k, la medida de la base del rectángulo?

$A(k) = 6k^2 + 9k^3$ $3k$

Solución

Para calcular la medida de la base del rectángulo se debe dividir el área por la medida de su altura.

$$\begin{aligned}\left(6k^2 + 9k^3\right) \div \left(3k\right) &= \frac{6k^2}{3k} + \frac{9k^3}{3k} \\ &= 2k^{2-1} + 3k^{3-1} \\ &= 2k + 3k^2\end{aligned}$$

$A(k) = 6k^2 + 9k^3$ $3k$

$2k + 3k^2$

Por lo tanto, la medida de la base del rectángulo es $2k + 3k^2$ unidades.

4. Efectúe la operación $\left(-5m^3 + 3m^4y - 2my\right) \div \left(-30m^4y\right)$

Solución

Se divide cada uno de los términos del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned}\frac{-5m^3}{-30m^4y} + \frac{3m^4y}{-30m^4y} + \frac{-2my}{-30m^4y} &= \frac{1}{6}m^{3-4}y^{-1} - \frac{1}{10}m^{4-4}y^{1-1} + \frac{1}{15}m^{1-4}y^{1-1} \\ &= \frac{1}{6}m^{-1}y^{-1} - \frac{1}{10}m^0y^0 + \frac{1}{15}m^{-3}y^0 \\ &= \frac{1}{6my} - \frac{1}{10} + \frac{1}{15m^3}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(-5m^3 + 3m^4y - 2my\right) \div \left(-30m^4y\right) = \dfrac{1}{6my} - \dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{15m^3}$.

Ejercicios

1. Efectúe cada una de las operaciones indicadas.

a) $\left(12k^4 + 9k^5 - 6k^3\right) \div \left(3k^3\right)$

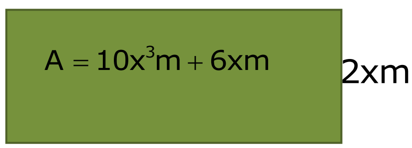
b) $\left(\frac{1}{4}m^3 + \frac{3}{4}m - \frac{1}{4}mk^3\right) \div \left(\frac{1}{4}m^2\right)$

c) $\left(\frac{3}{5}x^4y^2 - 6x^3y\right) \div \left(3xy\right)$

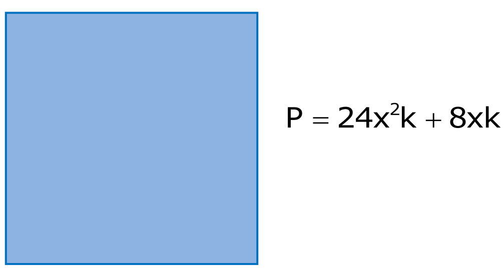
d) $\left(\frac{4}{5}mk - \frac{3}{10}m^4k^2 + \frac{2}{5}m^3\right) \div \left(\frac{-1}{5}m^2k\right)$

e) $\left(12a^8b^6 + 16a^6b^8 - 20a^6b^6\right) \div \left(4a^8b^8\right)$

2. La medida de la altura de un rectángulo está dada por $2xm$, mientras que su área corresponde a $A = 10x^3m + 6xm$. ¿Cuál es, en términos de x y de m, la medida de la base del rectángulo?



3. El perímetro de un cuadrado está dado por $P = 24x^2k + 8xk$. ¿Cuál es, en términos de x y de k, la medida del lado del cuadrado?



Soluciones

1. Se presenta una manera de trabajar las operaciones.

a) Se divide cada término del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned}\left(12k^4+9k^5-6k^3\right)\div\left(3k^3\right)&=\frac{12k^4}{3k^3}+\frac{9k^5}{3k^3}-\frac{6k^3}{3k^3}\\&=4k^{4-3}+3k^{5-3}-2k^{3-3}\\&=4k^1+3k^2-2k^0\\&=4k+3k^2-2\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(12k^4+9k^5-6k^3\right)\div\left(3k^3\right)=4k+3k^2-2$.

b) Se divide cada término del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4}m^3+\frac{3}{4}m-\frac{1}{4}mk^3\right)\div\left(\frac{1}{4}m^2\right)&=\frac{\frac{1}{4}m^3}{\frac{1}{4}m^2}+\frac{\frac{3}{4}m}{\frac{1}{4}m^2}-\frac{\frac{1}{4}mk^3}{\frac{1}{4}m^2}\\&=1m^{3-1}+3m^{1-2}-1m^{1-2}k^3\\&=m^2+3m^{-1}-m^{-1}k^3\\&=m^2+\frac{3}{m}-\frac{k^3}{m}\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{1}{4}m^3+\frac{3}{4}m-\frac{1}{4}mk^3\right)\div\left(\frac{1}{4}m^2\right)=m^2+\frac{3}{m}-\frac{k^3}{m}$.

c) Se divide cada término del polinomio por el monomio.

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{5}x^4y^2-6x^3y\right)\div\left(3xy\right)&=\frac{\frac{3}{5}x^4y^2}{3xy}-\frac{6x^3y}{3xy}\\&=\frac{1}{5}x^{4-1}y^{2-1}-2x^{3-1}y^{1-1}\\&=\frac{1}{5}x^3y^1-2x^2y^0\\&=\frac{1}{5}x^3y-2x^2\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{3}{5}x^4y^2-6x^3y\right)\div 3xy=\frac{1}{5}x^3y-2x^2$.

d) Se divide cada término del polinomio por el monomio.

$$\left(\frac{4}{5}mk-\frac{3}{10}m^4k^2+\frac{2}{5}m^3\right)\div\left(\frac{-1}{5}m^2k\right)=\frac{\frac{4}{5}mk}{\frac{-1}{5}m^2k}-\frac{\frac{3}{10}m^4k^2}{\frac{-1}{5}m^2k}+\frac{\frac{2}{5}m^3}{\frac{-1}{5}m^2k}$$

$$=-4m^{1-2}k^{1-1}+\frac{3}{2}m^{4-2}k^{2-1}-2m^{3-2}k^{0-1}$$

$$=-4m^{-1}k^0+\frac{3}{2}m^2k^1-2m^1k^{-1}$$

$$=\frac{-4}{m}+\frac{3}{2}m^2k-\frac{2m}{k}$$

Por lo tanto, $\left(\frac{4}{5}mk-\frac{3}{10}m^4k^2+\frac{2}{5}m^3\right)\div\left(\frac{-1}{5}m^2k\right)=\frac{-4}{m}+\frac{3}{2}m^2k-\frac{2m}{k}$.

e) Se divide cada término del polinomio por el monomio.

$$\left(12a^8b^6+16a^6b^8-20a^6b^6\right)\div\left(4a^8b^8\right)=\frac{12a^8b^6}{4a^8b^8}+\frac{16a^6b^8}{4a^8b^8}-\frac{20a^6b^6}{4a^8b^8}$$

$$=3a^{8-6}b^{6-8}+4a^{6-8}b^{8-6}-5a^{6-8}b^{6-8}$$

$$=3a^2b^{-2}+4a^{-2}b^2-5a^{-2}b^{-2}$$

$$=\frac{3a^2}{b^2}+\frac{4b^2}{a^2}-\frac{5}{a^2b^2}$$

Por lo tanto, $\left(12a^8b^6+16a^6b^8-20a^6b^6\right)\div\left(4a^8b^8\right)=\frac{3a^2}{b^2}+\frac{4b^2}{a^2}-\frac{5}{a^2b^2}$.

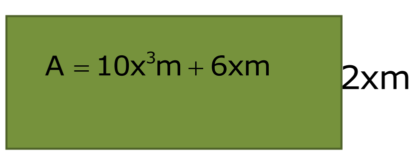
2. Para obtener la medida de la base del rectángulo se debe dividir el área por la medida de la altura.

$$\left(10x^3m+6xm\right)\div\left(2xm\right)=\frac{10x^3m}{2xm}+\frac{6xm}{2xm}$$

$$=5x^{3-1}m^{1-1}+3x^{1-1}m^{1-1}$$

$$=5x^2m^0+3x^0m^0$$

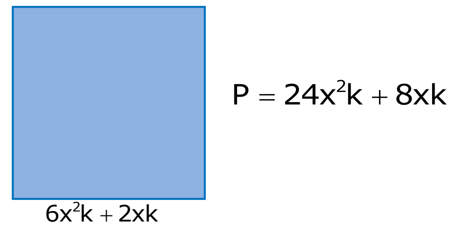
$$=5x^2+3$$



Por lo tanto, la medida de la base del rectángulo es $5x^2+3$.

3. Para encontrar la medida del lado del cuadrado se debe dividir el perímetro por 4.

$$\left(24x^2k + 8xk\right) \div 4 = \frac{24x^2k}{4} + \frac{8xk}{4}$$
$$= 6x^2k + 2xk$$



Por lo tanto, la medida del lado del cuadrado es $6x^2k + 2xk$.