



INECUACIONES LINEALES

Ejemplos

1. Resolver la inecuación $2x + 3 - 3(x + 2) \geq 2 + 2(x - 1)$.

Solución

Puede trabajarse por pasos, una forma es la siguiente:

Paso 1: se eliminan los paréntesis, para ello se efectúan las multiplicaciones señaladas.

$$2x + 3 - 3x - 6 \geq 2 + 2x - 2$$

$$-x - 3 \geq 2x$$

Paso 2: se suma $-2x$ a ambos miembros de la inecuación; recuerde que al sumar o dividir por polinomios ambos miembros, la inecuación resultante es equivalente a la anterior.

$$-x - 3 - 2x \geq 2x - 2x$$

$$-3x - 3 \geq 0$$

Paso 3: se suma 3 a ambos miembros de la inecuación.

$$-3x - 3 + 3 \geq 0 + 3$$

$$-3x \geq 3$$

Paso 4: se dividen por -3 ambos miembros de la inecuación; recuerde que al dividir o multiplicar por constantes ambos miembros, la inecuación resultante es equivalente a la anterior.

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{3}{-3}$$

$$x \leq -1$$

Paso 5: se escribe el conjunto solución.

$$S =]-\infty, -1]$$



2. Resolver la inecuación $\frac{2(x+1)}{3} - 4 \leq \frac{4+2x}{4} - 2x$.

Solución

Paso 1: se expresan ambos miembros de la inecuación con un común denominador.

$$\frac{8(x+1) - 48}{12} \leq \frac{3(4+2x) - 24x}{12}$$

Paso 2: se multiplican por 12 ambos miembros de la inecuación.

$$12 \cdot \frac{8(x+1) - 48}{12} \leq 12 \cdot \frac{3(4+2x) - 24x}{12}$$

$$8(x+1) - 48 \leq 3(4+2x) - 24x$$

Paso 3: se eliminan los paréntesis, para esto se efectúan las multiplicaciones indicadas.

$$8x + 8 - 48 \leq 12 + 6x - 24x$$

$$8x - 40 \leq 12 - 18x$$

Paso 4: se suma $18x$ a ambos miembros de la inecuación.

$$8x - 40 + 18x \leq 12 - 18x + 18x$$

$$26x - 40 \leq 12$$

Paso 5: se suma 40 a ambos miembros de la inecuación.

$$26x - 40 + 40 \leq 12 + 40$$

$$26x \leq 52$$

Paso 6: se divide por 26 a ambos miembros de la desigualdad.

$$\frac{26x}{26} \leq \frac{52}{26}$$

$$x \leq 2$$

Paso 7: se escribe el conjunto solución.

$$S =]-\infty, 2]$$



3. ¿Pertenece el valor $k = 4$ al conjunto solución de la inecuación $2k + 1 > 9$?

Solución

Una manera de verificar si un valor pertenece al conjunto solución es determinar este conjunto y luego revisar.

Paso 1: se suma -1 a ambos miembros de la inecuación.

$$2k + 1 - 1 > 9 - 1$$

$$2k > 8$$

Paso 2: se divide por 2 a ambos miembros de la desigualdad.

$$\frac{2k}{2} > \frac{8}{2}$$

$$k > 4$$

Paso 3: se escribe el conjunto solución.

$$S =]4, +\infty[$$

Ahora corresponde verificar si el valor propuesto para k , $k = 4$, pertenece o no a este conjunto.

Note que son solución todos los números estrictamente mayores que 4 ; por lo tanto se tiene que $4 \notin]4, +\infty[$.

4. Verifique que las inecuaciones $3a - 4 < 2a - 3$ y $2a + 1 < a + 2$ tienen el mismo conjunto solución.

Solución

En este caso, se pide que se verifique que esas inecuaciones son equivalentes; es decir que sus conjuntos solución son iguales. Una manera de hacerlo es resolver ambas y comparar los conjuntos.

Paso 1: se suma el polinomio $-2a + 4$ a ambos miembros de la inecuación.

$$3a - 4 - 2a + 4 < 2a - 3 - 2a + 4$$

$$a < 1$$

Paso 2: se escribe el conjunto solución.

$$S =]-\infty, 1[$$

Ahora se resuelve la segunda inecuación.

Paso 1: se suma el polinomio $-a - 1$ a ambos miembros de la inecuación.



$$2a + 1 - a - 1 < a + 2 - a - 1$$
$$a < 1$$

Paso 2: Se escribe el conjunto solución.

$$S =]-\infty, 1[$$

Al comparar ambos conjuntos se llega a la conclusión de que ambas inecuaciones tienen el mismo conjunto solución.



Ejercicios

1. Resuelva las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita.

a) $\frac{3x+1}{2} + \frac{1}{4} > \frac{1}{2} - \frac{2x+3}{4}$

b) $4(x+2) \geq 5x+7$

c) $5 \geq -5(x-1)$

d) $\frac{8(1-x)}{5} - 12(x-1) > -4(x-1)$

e) $15(x-1) > 18x-24$

f) $\frac{7m+4}{2} < \frac{16+30m}{4} + 1$

g) $\frac{9x+6}{3} \geq 2(x-1)$

h) $2(x+3) - 5x \geq 3(4-x) - 2$



Soluciones

1. A continuación se presenta una manera de resolver cada inecuación.

a) *Paso 1:* se expresan ambos miembros de la inecuación con un común denominador.

$$\frac{2(3x+1)+1}{4} > \frac{2-(2x+3)}{4}$$

Paso 2: se multiplican por 4 ambos miembros de la inecuación.

$$4 \cdot \frac{2(3x+1)+1}{4} > 4 \cdot \frac{2-(2x+3)}{4}$$

Paso 3: se eliminan los paréntesis al realizar las multiplicaciones. Se reducen los términos semejantes.

$$2(3x+1)+1 > 2-(2x+3)$$

$$6x+2+1 > 2-2x-3$$

$$6x+3 > -2x-1$$

Paso 4: se suma el polinomio $2x-3$ a ambos lados.

$$6x+3+2x-3 > -2x-1+2x-3$$

$$8x > -4$$

Paso 5: se dividen por 8 ambos miembros de la inecuación.

$$\frac{8x}{8} > \frac{-4}{8}$$

$$x > \frac{-1}{2}$$

Paso 6: se escribe el conjunto solución.

$$S = \left] \frac{-1}{2}, +\infty \right[$$

b) *Paso 1:* se eliminan los paréntesis.

$$4x+8 \geq 5x+7$$

Paso 2: se suma el polinomio $-5x-8$ a ambos miembros de la inecuación.

$$4x+8-5x-8 \geq 5x+7-5x-8$$

$$-x \geq -1$$



Paso 3: se multiplican ambos miembros de la inecuación por -1 . Recuerde que al multiplicar por una constante negativa, cambia el signo de la desigualdad.

$$\begin{aligned} -1(-x) &\geq -1(-1) \\ x &\leq 1 \end{aligned}$$

Paso 4: Se escribe el conjunto solución.

$$S =]-\infty, 1]$$

c) *Paso 1:* se eliminan los paréntesis.

$$5 \geq -5x + 5$$

Paso 2: se suma -5 a ambos miembros de la inecuación.

$$5 - 5 \geq -5x + 5 - 5$$

$$0 \geq -5x$$

Paso 3: se dividen ambos miembros de la inecuación por -5 o se multiplican ambos por $\frac{-1}{5}$. Recuerde que multiplicar por un número o dividir por su inverso multiplicativo es equivalente para todo número que tenga inverso multiplicativo.

$$\begin{aligned} \frac{0}{-5} &\leq \frac{-5x}{-5} \\ 0 &\leq x \end{aligned}$$

Paso 4: se escribe el conjunto solución.

$$S = [0, +\infty[$$

d) *Paso 1:* se expresan ambos miembros de la inecuación con un común denominador y luego se multiplica por esta constante para obtener una inecuación equivalente a la original que no tenga denominadores.

$$\frac{8(1-x) - 60(x-1)}{5} > \frac{-20(x-1)}{5}$$

$$8(1-x) - 60(x-1) > -20(x-1)$$

Paso 3: se eliminan los paréntesis. Posteriormente se suma a ambos miembros de la inecuación el polinomio $20x - 68$.



$$\begin{aligned} 8 - 8x - 60x + 60 &> -20x + 20 \\ -68x + 68 &> -20x + 20 \\ -68x + 68 + 20x - 68 &> -20x + 20 + 20x - 68 \\ -48x &> -48 \end{aligned}$$

Paso 4: se dividen ambos miembros de la inecuación por -48 .

$$\begin{aligned} \frac{-48x}{-48} &< \frac{-48}{-48} \\ x &< 1 \end{aligned}$$

Paso 5: se escribe el conjunto solución.

$$S =]-\infty, 1[$$

e) *Paso 1:* se eliminan los paréntesis.

$$15x - 15 > 18x - 24$$

Paso 2: se suma el polinomio $-18x + 15$ a ambos miembros de la inecuación.

$$\begin{aligned} 15x - 15 - 18x + 15 &> 18x - 24 - 18x + 15 \\ -3x &> -9 \end{aligned}$$

Paso 3: se dividen por -3 ambos miembros de la inecuación.

$$\begin{aligned} \frac{-3x}{-3} &< \frac{-9}{-3} \\ x &< 3 \end{aligned}$$

Paso 4: se escribe el conjunto solución.

$$S =]-\infty, 3[$$

f) *Paso 1:* se expresan ambos miembros de la inecuación con un común denominador y luego se multiplica por el inverso multiplicativo del denominador para trabajar con una inecuación equivalente sin denominadores diferentes de 1.

$$\begin{aligned} \frac{2(7m + 4)}{4} &< \frac{16 + 30m + 4}{4} \\ 4 \cdot \frac{2(7m + 4)}{4} &< 4 \cdot \frac{16 + 30m + 4}{4} \\ 2(7m + 4) &< 16 + 30m + 4 \end{aligned}$$



Paso 2: se realizan las multiplicaciones y se reducen los términos semejantes.

$$2(7m + 4) < 16 + 30m + 4$$

$$14m + 8 < 20 + 30m$$

Paso 3: se suma el polinomio $-14m - 20$ a ambos miembros de la inecuación.

$$14m + 8 - 14m - 20 < 20 + 30m - 14m - 20$$

$$-12 < 16m$$

Paso 4: se multiplica por $\frac{1}{16}$ ambos miembros de la inecuación.

$$\frac{1}{16}(-12) < \frac{1}{16}(16m)$$

$$\frac{-3}{4} < m$$

Paso 5: se escribe el conjunto solución.

$$S = \left] \frac{-3}{4}, +\infty \right[$$

- g) Se trabajan los denominadores y posteriormente se realizan las operaciones que no varían el conjunto solución de la inecuación.

$$\frac{9x + 6}{3} \geq 2(x - 1)$$

$$\frac{9x + 6}{3} \geq \frac{6(x - 1)}{3}$$

$$9x + 6 \geq 6(x - 1)$$

$$9x + 6 \geq 6x - 6$$

$$9x + 6 - 6x - 6 \geq 6x - 6 - 6x - 6$$

$$3x \geq -12$$

$$\frac{3x}{3} \geq \frac{-12}{3}$$

$$x \geq -4$$

Por lo tanto, el conjunto solución es el siguiente: $S = [-4, +\infty[$.



- h) Se efectúan las multiplicaciones, se reducen los términos semejantes y, posteriormente, se realizan las operaciones que no varían el conjunto solución de la inecuación.

$$2(x + 3) - 5x \geq 3(4 - x) - 2$$

$$2x + 6 - 5x \geq 12 - 3x - 2$$

$$6 - 3x \geq 10 - 3x$$

$$6 - 3x + 3x - 6 \geq 10 - 3x + 3x - 6$$

$$0 \geq 10 - 6$$

$$0 \geq 4$$

Note que la expresión resultante no tiene variables y corresponde a una desigualdad que es falsa. Por lo tanto, el conjunto solución de esta inecuación es el conjunto vacío: $S = \emptyset$.