FACTORIZACIÓN POR FACTOR COMÚN

Ejemplos

1. Factorice el polinomio $27a^3b^2 - 18a^2b^3$.

Solución

Primero se encuentra el MCD de los números el cual corresponde a 9.

Las variables en cada uno de los dos términos son a y b. El menor exponente de cada una de esas variables es 2 por lo que el factor común es $9a^2b^2$.

Ahora se divide cada uno de los términos del polinomio por el factor común.

$$\frac{27a^3b^2}{9a^2b^2} = 9a \qquad \frac{18a^2b^3}{9a^2b^2} = 2b$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente:

$$9a^2b^2(9a - 2b)$$

2. Factorice el polinomio $\frac{9}{4}x^4y^3t + \frac{3}{10}x^2y^5 - \frac{9}{14}x^5y^4t^2$.

Solución

Primero se busca el factor común de los coeficientes numéricos.

$$\frac{9}{4} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} \qquad \frac{3}{10} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{5} \qquad \frac{9}{14} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{7}$$

Entonces el factor común de los coeficientes numéricos es $\frac{3}{2}$.

Las variables que aparecen en cada uno de los tres términos son x cuyo menor exponente es 2 y la variable y cuyo menor exponente es 3.

Se tiene que el factor común es $\frac{3}{2}x^2y^3$.

Se divide cada término del polinomio por el factor común.

$$\frac{\frac{9}{4}x^4y^3t}{\frac{3}{2}x^2y^3}=\frac{3}{2}x^2t \qquad \frac{\frac{3}{10}x^2y^5}{\frac{3}{2}x^2y^3}=\frac{1}{5}y^2 \qquad \frac{\frac{9}{14}x^5y^4t^2}{\frac{3}{2}x^2y^3}=\frac{3}{7}x^3yt^2$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente:

$$\frac{3}{2}x^2y^3\left(\frac{3}{2}x^2t+\frac{1}{5}y^2-\frac{3}{7}x^3yt^2\right)$$

3. Factorice la expresión $16x\left(a^2-b\right)+20y\left(a^2-b\right)-4\left(a^2-b\right)$.

Solución

Se tienen tres términos con varios factores cada uno.

El MCD de los números es 4 y todos los términos tienen el mismo factor $\left(a^2-b\right)$ de donde se deduce que el factor común es $4\left(a^2-b\right)$.

Ahora se divide cada término de la expresión por el factor común.

$$\frac{16x\left(a^2-b\right)}{4\left(a^2-b\right)}=4x \qquad \frac{20y\left(a^2-b\right)}{4\left(a^2-b\right)}=5y \qquad \frac{4\left(a^2-b\right)}{4\left(a^2-b\right)}=1$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente: $4\left(a^2-b\right)\left(4x+5y-1\right)$.

4. Factorice el polinomio $5am^2+10ak-3bm^2-6bk$.

Solución

Primero se agrupan los términos.

$$\left(5am^2+10ak\right)-\left(3bm^2+6bk\right)$$

Para el primer grupo de términos el MCD es 5 y la variable que aparece en ambos términos es a cuyo menor exponente es 1, de modo que se obtiene: $5a\left(m^2+2k\right)$.

Para el segundo grupo de términos el MCD es 3 y la variable que aparece en ambos términos es b cuyo menor exponente es 1, de modo que se obtiene: $3b\left(m^2+2k\right)$.

El polinomio es equivalente a tener: $5a\left(m^2+2k\right)-3b\left(m^2+2k\right)$.

Se tienen dos términos cada uno de los cuales tiene tres factores y tienen un factor común que es $\left(m^2+2k\right)$ de donde la factorización que se obtiene es la siguiente: $\left(m^2+2k\right)\left(5a-3b\right)$.

Ejercicios

1. Factorice cada una de las siguientes expresiones.

a) $6m^3b^3y + 12m^2b^4 - 3m^2b^3$

b) $kb(5a-b) - 5(5a-b) - x(5a-b)$

c) $\frac{5}{8}x^4m^6 - \frac{15}{8}x^5m^5 + \frac{5}{28}x^6m^6$

d) $14b(a+k^2) - 7(a+k^2)^2 - 21a(a+k^2)$

e) $2b^3a - 4km - 2b^2m + 4kab$

f) $\frac{2}{15}b^4t^3k + \frac{5}{6}b^5t^2k + \frac{1}{12}b^4k$

g) $x^2m^3 - kb + x^2b - y^2m^3 + y^2b + km^3$

h) $\frac{5}{2}x^2(m-b) + \frac{1}{2}b(m-b) - \frac{3}{2}a(m-b)$

Soluciones

2. A continuación se presenta una manera de realizar los ejercicios propuestos.

a) Primero se encuentra el MCD de los números el cual corresponde a 3.

Las variables que se encuentran en cada uno de los dos términos son m y b. El menor exponente de m es 2 y el menor exponente de b es 3 por lo que el factor común es $6m^2b^3$.

Ahora se divide cada uno de los términos del polinomio por el factor común.

$$\frac{6m^3b^3y}{3m^2b^3} = 2my \qquad \frac{12m^2b^4}{3m^2b^3} = 4b \qquad \frac{3m^2b^3}{3m^2b^3} = 1$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente:

$$3m^2b^3\left(2my + 4b - 1\right)$$

b) Se tienen tres términos con varios factores cada uno.

Todos los términos tienen el mismo factor $\left(5a - b\right)$ de donde se deduce que el factor común es $\left(5a - b\right)$.

Ahora se divide cada término de la expresión por el factor común.

$$\frac{kb\left(5a-b\right)}{\left(5a-b\right)} = kb \qquad \frac{5\left(5a-b\right)}{\left(5a-b\right)} = 5 \qquad \frac{x\left(5a-b\right)}{\left(5a-b\right)} = x$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente:

$$\left(5a - b\right)\left(kb - 5 - x\right)$$

c) Primero se busca el factor común de los coeficientes numéricos.

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2} \qquad \frac{15}{8} = \frac{5}{4}\cdot\frac{3}{2} \qquad \frac{5}{28} = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{7}$$

Entonces el factor común de los coeficientes numéricos es $\frac{5}{4}$.

Las variables que aparecen en cada uno de los tres términos son x cuyo menor exponente es 4 y m cuyo menor exponente es 5.

Se tiene que el factor común es $\frac{5}{4}x^4m^5$.

Se divide cada término del polinomio por el factor común.

$$\frac{\frac{5}{8}x^4m^6}{\frac{5}{4}x^4m^5} = \frac{1}{2}m \qquad \frac{\frac{15}{8}x^5m^5}{\frac{5}{4}x^4m^5} = \frac{3}{2}x \qquad \frac{\frac{5}{28}x^6m^6}{\frac{5}{4}x^4m^5} = \frac{1}{7}x^2m$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente: $\frac{5}{4}x^4m^5\left(\frac{1}{2}m - \frac{3}{2}x + \frac{1}{7}x^2m\right)$.

d) Se tienen tres términos con varios factores cada uno.

El MCD de los números es 7 y todos los términos tienen el mismo factor $\left(a+k^2\right)$ y el menor exponente de este factor es 1 de donde se deduce que el factor común es $7\left(a+k^2\right)$.

Ahora se divide cada término de la expresión por el factor común.

$$\frac{14b\left(a+k^2\right)}{7\left(a+k^2\right)} = 2b \qquad \frac{7\left(a+k^2\right)^2}{7\left(a+k^2\right)} = \left(a+k^2\right) \qquad \frac{21a\left(a+k^2\right)}{7\left(a+k^2\right)} = 3a$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente:

$$\begin{aligned} 7\left(a+k^2\right)\left(2b-\left(a+k^2\right)-3a\right) &= 7\left(a+k^2\right)\left(2b - a - k^2 - 3a\right) \\ &= 7\left(a+k^2\right)\left(2b - 4a - k^2\right) \end{aligned}$$

e) Primero se agrupan los términos.

$$\left(2b^3a-2b^2m\right)+\left(4kab-4km\right)$$

Para el primer grupo de términos el MCD es 2 y la variable que aparece en ambos términos es b cuyo menor exponente es 2, de modo que se obtiene: $2b^2\left(ab-m\right)$.

Para el segundo grupo de términos el MCD es 4 y la variable que aparece en ambos términos es k cuyo menor exponente es 1, de modo que se obtiene: $4k\left(ab-m\right)$.

El polinomio es equivalente a tener: $2b^2\left(ab-m\right)+4k\left(ab-m\right)$.

Se tienen dos términos cada uno de los cuales tiene tres factores y tienen un factor común que es $2\left(ab-m\right)$ de donde la factorización que se obtiene es la siguiente: $2\left(ab-m\right)\left(b^2+2k\right)$.

f) Primero se busca el factor común de los coeficientes numéricos.

$$\frac{2}{15}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5} \qquad \frac{5}{6}=\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2} \qquad \frac{1}{12}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}$$

Entonces el factor común de los coeficientes numéricos es $\frac{1}{3}$.

Las variables que aparecen en cada uno de los tres términos son b cuyo menor exponente es 4 y k cuyo menor exponente es 1.

Se tiene que el factor común es $\frac{1}{3}b^4k$.

Se divide cada término del polinomio por el factor común.

$$\frac{\frac{2}{15}b^4t^3k}{\frac{1}{3}b^4k}=\frac{2}{5}t^3 \qquad \frac{\frac{5}{6}b^5t^2k}{\frac{1}{3}b^4k}=\frac{5}{2}bt^2 \qquad \frac{\frac{1}{12}b^4k}{\frac{1}{3}b^4k}=\frac{1}{4}$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente:

$$\frac{1}{3}b^4k\left(\frac{2}{5}t^3+\frac{5}{2}bt^2+\frac{1}{4}\right)$$

g) Primero se agrupan los términos.

$$\left(x^2m^3-y^2m^3+km^3\right)-\left(x^2b-y^2b+kb\right)$$

Para el primer grupo de términos la variable que aparece en todos los términos es m cuyo menor exponente es 3, de modo que se obtiene: $m^3\left(x^2-y^2+k\right)$.

Para el segundo grupo de términos la variable que aparece en todos los términos es b cuyo menor exponente es 1, de modo que se obtiene: $b\left(x^2-y^2+k\right)$.

El polinomio es equivalente a tener: $m^3\left(x^2-y^2+k\right)-b\left(x^2-y^2+k\right)$.

Se tienen dos términos cada uno de los cuales tiene dos factores y tienen un factor común que es $\left(x^2-y^2+k\right)$ de donde la factorización que se obtiene es la siguiente: $\left(x^2-y^2+k\right)\left(m^3-b\right)$.

h) Primero se busca el factor común de los coeficientes numéricos.

$$\frac{5}{2}=\frac{1}{2}\cdot 5 \qquad \frac{3}{2}=\frac{1}{2}\cdot 3$$

Entonces el factor común de los coeficientes numéricos es $\frac{1}{2}$.

Se tienen tres términos con varios factores cada uno.

Todos los términos tienen el mismo factor $(m-b)$ y el menor exponente de este factor es 1 de donde se deduce que el factor común es $\frac{1}{2}(m-b)$.

Ahora se divide cada término de la expresión por el factor común.

$$\frac{\frac{5}{2}x^2(m-b)}{\frac{1}{2}(m-b)} = 5x^2 \qquad \frac{\frac{1}{2}b(m-b)}{\frac{1}{2}(m-b)} = b \qquad \frac{\frac{3}{2}a(m-b)}{\frac{1}{2}(m-b)} = 3a$$

Entonces la factorización que se obtiene es la siguiente: $\frac{1}{2}(m-b)(5x^2+b-3a)$.