FACTORIZACIÓN POR DIFERENCIA DE CUADRADOS

Ejemplos

1. Factorice completamente el polinomio $12am^2x^2 - 3am^2y^4$.

Solución

Primero se factoriza por factor común el cual corresponde a $3am^2$ de donde se obtiene $3am^2\left(4x^2 - y^4\right)$.

El binomio del segundo factor se puede factorizar por diferencia de cuadrados, así que la factorización completa sería la siguiente $3am^2\left(2x + y^2\right)\left(2x - y^2\right)$.

2. Factorice completamente el polinomio $768 - 3k^4$.

Solución

Primero se factoriza usando el factor común de los coeficientes numéricos. Entonces se obtiene la expresión $3\left(256 - k^4\right)$.

Ahora se aplica diferencia de cuadrados al binomio dentro del paréntesis, de la siguiente manera $3\left(16 + k^2\right)\left(16 - k^2\right)$.

El binomio del segundo paréntesis otra vez se puede factorizar por diferencia de cuadrados y así se obtiene la factorización completa $3\left(16 + k^2\right)\left(4 + k\right)\left(4 - k\right)$.

3. Factorice completamente la expresión $m^2k - 75 + 3m^2 - 25k$.

Solución

Primero se agrupan los términos de la siguiente manera $\left(m^2k + 3m^2\right) - \left(25k + 75\right)$.

Ahora se saca factor común a cada uno de los binomios que están dentro de los paréntesis y se factoriza.

$$m^2(k+3)-25(k+3)=(k+3)(m^2-25)$$

El binomio del segundo paréntesis puede factorizarse por diferencia de cuadrados y así se obtiene la factorización completa $(k+3)(m+5)(m-5)$.

4. Factorice completamente la expresión $9+6m+m^2-4+4k-k^2$

Solución

Primero se agrupan los términos y a cada grupo se le aplica el producto notable correspondiente.

$$(9+6m+m^2)-(4-4k+k^2)=(3+m)^2-(2-k)^2$$

Finalmente se aplica diferencia de cuadrados y se obtiene la factorización completa del polinomio.

$$\begin{aligned}\left[(3+m)+(2-k)\right]\left[(3+m)-(2-k)\right]&=(3+m+2-k)(3+m-2+k)\\&=(5+m-k)(11+m+k)\end{aligned}$$

Ejercicios

1. Factorice completamente cada una de las siguientes expresiones.

a) $81k^4 - 16x^4$

b) $-20x^2y^2 - 5x^2$

c) $a^3 + a^2b - b^2a - b^3$

d) $25 - 10m + m^2 - 9 + 6b - b^2$

e) $45kc^2 - 20k$

f) $4 - x^2 - 2xy - y^2$

g) $9x^2b - b^2 + 9x^2 - b^3$

h) $-2u^4 + 32$

Soluciones

1. A continuación se detalla una manera de trabajar los ejercicios propuestos.

a) Se aplica el método de diferencia de cuadrados.

$$81k^4 - 16x^4 = \left(9k^2 + 4x^2\right)\left(9k^2 - 4x^2\right)$$

En el binomio del segundo paréntesis se puede volver a factorizar por diferencia de cuadrados y así se obtiene la factorización completa.

$$\left(9k^2 + 4x^2\right)\left(3k + 2x\right)\left(3k - 2x\right)$$

b) Se factoriza por factor común.

$$-20x^2y^2 - 5x^2 = -5x^2\left(4y^2 + 1\right)$$

El binomio dentro del paréntesis corresponde a una suma que no es factorizable en el conjunto de los números reales, así que ahí concluye el proceso de la factorización.

c) Primero se agrupan los términos factorizando por el método de factor común.

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - b^2a - b^3 &= \left(a^3 + a^2b\right) - \left(b^2a + b^3\right) \\ &= a^2\left(a + b\right) - b^2\left(a + b\right) \\ &= \left(a + b\right)\left(a^2 - b^2\right) \end{aligned}$$

El binomio del segundo paréntesis se puede factorizar por el método de diferencia de cuadrados y así se obtiene la factorización completa.

$$\left(a + b\right)\left(a + b\right)\left(a - b\right) = \left(a + b\right)^2\left(a - b\right)$$

d) Primero se agrupan los términos y se aplican los productos notables correspondientes.

$$25-10m+m^2-9+6b-b^2 = \left(25-10m+m^2\right)-\left(9-6b+b^2\right)$$
$$= \left(5-m\right)^2-\left(3-b\right)^2$$

Ahora se factoriza por diferencia de cuadrados y así se obtiene la factorización completa.

$$\left[\left(5-m\right)+\left(3-b\right)\right]\left[\left(5-m\right)-\left(3-b\right)\right]=\left(5-m+3-b\right)\left(5-m-3+b\right)$$
$$=\left(8-m-b\right)\left(2-m+b\right)$$

e) Primero se factoriza usando el método de factor común.

$$45kc^2-20k=5k\left(9c^2-4\right)$$

Para el binomio que está dentro del paréntesis se puede aplicar el método de diferencia de cuadrados y así se obtiene la factorización completa $5k\left(3c+2\right)\left(3c-2\right)$.

f) Primero se agrupan los términos y se aplica el producto notable correspondiente.

$$4-x^2-2xy-y^2=4-\left(x^2+2xy+y^2\right)$$
$$=4-\left(x+y\right)^2$$

Finalmente, para obtener la factorización completa, se aplica el método de diferencia de cuadrados.

$$\left[4+\left(x+y\right)\right]\left[4-\left(x+y\right)\right]=\left(4+x+y\right)\left(4-x-y\right)$$

g) Primero se ordenan y se agrupan los términos lo cual permite factorizar por factor común.

$$\begin{aligned} 9x^2b - b^2 + 9x^2 - b^3 &= \left(9x^2b + 9x^2\right) - \left(b^2 + b^3\right) \\ &= 9x^2\left(b+1\right) - b^2\left(1+b\right) \\ &= \left(b+1\right)\left(9x^2 - b^2\right) \end{aligned}$$

El binomio que está dentro del segundo paréntesis se puede factorizar por el método de diferencia de cuadrados y eso proporciona la factorización completa.

$$\left(b+1\right)\left(3x+b\right)\left(3x-b\right)$$

h) Primero se factoriza por el método de factor común.

$$-2u^4 + 32 = 2\left(-u^4 + 16\right)$$

Se cambia el orden de la suma dentro del paréntesis por ser conmutativa y se aplica el método de diferencia de cuadrados.

$$2\left(16 - u^4\right) = 2\left(4+u^2\right)\left(4-u^2\right)$$

Se puede volver a aplicar el método de diferencia de cuadrados para factorizar el binomio que está dentro del segundo paréntesis y así se obtiene la factorización completa.

$$2\left(4+u^2\right)\left(4-u^2\right) = 2\left(4+u^2\right)\left(2+u\right)\left(2-u\right)$$