SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejemplos

1. Resuelva por el método de sustitución el sistema $\begin{cases} 3x + 8y = 16 \\ -8x + y = 2 \end{cases}$.

Solución

A	**Se despeja y de la segunda ecuación.**	$-8x + y = 2$ $y = 2 + 8x$
B	Se sustituye la expresión $y = 2 + 8x$ en la primera ecuación.	$3x + 8y = 16$ $3x + 8(2 + 8x) = 16$
C	Se resuelve la ecuación obtenida.	$3x + 16 + 64x = 16$ $67x = 0$ $x = 0$
D	Se sustituye el valor obtenido para x en la expresión $y = 2 + 8x$.	$y = 2 + 8x$ $y = 2 + 8 \cdot 0$ $y = 2$
E	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \{(0,2)\}$

2. Resuelva por el método de sustitución el sistema $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$.

Solución

A	Se despeja y de la primera ecuación.	$2x + y = 4$ $y = 4 - 2x$
B	Se sustituye la expresión $y = 4 - 2x$ en la segunda ecuación.	$x + y = 1$ $x + 4 - 2x = 1$
C	Se resuelve la ecuación obtenida.	$x - 2x = 1 - 4$ $-x = -3$ $x = 3$
D	Se sustituye el valor obtenido para x en la expresión $y = 4 - 2x$.	$y = 4 - 2x$ $y = 4 - 2 \cdot 3$ $y = -2$
E	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \{(3,-2)\}$

3. Resuelva por el método de sustitución el sistema $\begin{cases} 2y = 1 - 2x \\ x + y = 0 \end{cases}$.

Solución

A	Se despeja x de la segunda ecuación.	$x + y = 0$ $x = -y$
B	Se sustituye la expresión $x = -y$ en la primera ecuación.	$2y = 1 - 2x$ $2y = 1 - 2 \cdot -y$
C	Se resuelve la ecuación obtenida.	$2y = 1 + 2y$ $0 = 1$ Como la igualdad anterior es falsa el sistema es inconsistente y el conjunto solución es $S = \varnothing$.

4. Resuelva por el método de sustitución el sistema $\begin{cases} 3y + x = 1 \\ -2 + 2x = -6y \end{cases}$.

Solución

A	Se despeja x de la primera ecuación.	$3y + x = 1$ $x = 1 - 3y$
B	Se sustituye la expresión $x = 1 - 3y$ en la segunda ecuación.	$-2 + 2x = -6y$ $-2 + 2(1 - 3y) = -6y$
C	Se resuelve la ecuación obtenida.	$-2 + 2 - 6y = -6y$ $0 = 0$ Se obtiene un identidad por tanto el sistema tiene infinitas soluciones. El conjunto solución es $S = \{(1 - 3y, y), y \in R\}$.

5. Resuelva por el método de suma y resta el sistema $\begin{cases} 2y + x = \dfrac{1}{2} \\ -5x + y = 1 \end{cases}$.

Solución

A	Se expresa el sistema en la forma $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$.	$\begin{cases} x + 2y = \dfrac{1}{2} \\ -5x + y = 1 \end{cases}$
B	Se busca eliminar la variable x. Para hacerlo se multiplica la primera ecuación por 5.	$\begin{cases} 5x + 10y = \dfrac{5}{2} \\ -5x + y = 1 \end{cases}$
C	Se suman las ecuaciones obtenidas.	$\begin{cases} 5x + 10y = \dfrac{5}{2} \\ -5x + y = 1 \end{cases}$ $\overline{\quad 0 + 11y = \dfrac{7}{2} \quad}$
D	Se resuelve la ecuación obtenida.	$11y = \dfrac{7}{2}$ $y = \dfrac{7}{22}$
E	Se sustituye el valor obtenido para y en la primera ecuación.	$x + 2y = \dfrac{1}{2}$ $x + 2 \cdot \dfrac{7}{22} = \dfrac{1}{2}$ $x = \dfrac{-3}{22}$
F	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \left\{ \left(\dfrac{-3}{22}, \dfrac{7}{22} \right) \right\}$

6. Resuelva por el método de suma y resta el sistema $\begin{cases} y - 3x = 5(x-1) \\ 6 - 5x = 2y \end{cases}$.

Solución

A	Se expresa el sistema en la forma $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$.	$\begin{cases} -8x + y = -5 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$
B	Se busca eliminar la variable x. Para hacerlo se calcula el mínimo común múltiplo de 8 y 5: El MCM de 8 y 5 es 40, entonces se debe multiplicar por 5 la primera ecuación y por 8 la segunda.	$\begin{cases} -40x + 5y = -25 \\ 40x + 16y = 48 \end{cases}$
C	Se suman las ecuaciones obtenidas.	$\begin{cases} -40x + 5y = -25 \\ 40x + 16y = 48 \end{cases}$ $\overline{}$ $0 + 21y = 23$
D	Se resuelve la ecuación obtenida.	$21y = 23$ $y = \frac{23}{21}$
E	Se sustituye el valor obtenido para y en la primera ecuación.	$-8x + y = -5$ $-8x + \frac{23}{21} = -5$ $-8x = \frac{-128}{21}$ $x = \frac{16}{21}$
F	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \left\{\left(\frac{16}{21}, \frac{23}{21}\right)\right\}$

Ejercicios

1. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 2x = 4 - 7y \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - \dfrac{3}{2}y = x + 11 \\ \dfrac{11}{3}x - 5 = -y + x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x - 2) = \dfrac{y}{4} \\ \dfrac{x}{2} - 1 = \dfrac{y}{24} \end{cases}$

2. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de suma y resta.

a) $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -3x = 4 - y \end{cases}$

b) $\begin{cases} -2x + 9y = 2 \\ 6x - 3y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7y + 3x = 5 \\ 6x - 10 = -14y \end{cases}$

Soluciones

1. Observe la forma en que se resolvieron los sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 2x = 4 - 7y \end{cases}$

A	Se despeja y de la primera ecuación.	$3x + 4y = 1$ $4y = 1 - 3x$ $y = \frac{1-3x}{4}$
B	Se sustituye la expresión $y = \frac{1-3x}{4}$ en la segunda ecuación.	$2x = 4 - 7y$ $2x = 4 - 7\left(\frac{1-3x}{4}\right)$ $2x = 4 - 7\left(\frac{1}{4} - \frac{3x}{4}\right)$
C	Se resuelve la ecuación obtenida.	$2x = 4 - \frac{7}{4} + \frac{21x}{4}$ $\frac{-13}{4}x = \frac{9}{4}$ $x = \frac{-9}{13}$
D	Se sustituye el valor obtenido para x en la expresión $y = \frac{1-3x}{4}$.	$y = \frac{1 - 3 \cdot \frac{-9}{13}}{4}$ $y = \frac{10}{13}$
E	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \left\{\left(\frac{-9}{13}, \frac{10}{13}\right)\right\}$

b) $\begin{cases} 5x - \dfrac{3}{2}y = x + 11 \\ \dfrac{11}{3}x - 5 = -y + x \end{cases}$

A	Se despeja x de la primera ecuación.	$5x - \frac{3}{2}y = x + 11$ $4x = 11 + \frac{3}{2}y$ $x = \frac{11}{4} + \frac{3}{8}y$
B	Se sustituye la expresión $x = \frac{11}{4} + \frac{3}{8}y$ en la segunda ecuación.	$\frac{11}{3}x - 5 = -y + x$ $\frac{11}{3}\left(\frac{11}{4} + \frac{3}{8}y\right) - 5 = -y + \frac{11}{4} + \frac{3}{8}y$
C	Se resuelve la ecuación obtenida.	$\frac{11}{3}\left(\frac{11}{4} + \frac{3}{8}y\right) - 5 = -y + \frac{11}{4} + \frac{3}{8}y$ $\frac{121}{12} + \frac{11}{8}y - 5 = \frac{-5}{8}y + \frac{11}{4}$ $2y = \frac{-7}{3}$ $y = \frac{-7}{6}$
D	Se sustituye el valor obtenido para y en la expresión $x = \frac{11}{4} + \frac{3}{8}y$.	$x = \frac{11}{4} + \frac{3}{8} \cdot \frac{-7}{6}$ $x = \frac{37}{16}$
E	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \left\{\left(\frac{37}{16}, \frac{-7}{6}\right)\right\}$

c) $\begin{cases} 3(x-2)=\dfrac{y}{4} \\ \dfrac{x}{2}-1=\dfrac{y}{24} \end{cases}$

A	Se despeja x de la segunda ecuación.	$\frac{x}{2}-1=\frac{y}{24}$ $\frac{x}{2}=\frac{y}{24}+1$ $x=\frac{y}{12}+2$
B	Se sustituye la expresión $x=\frac{y}{12}+2$ en la primera ecuación.	$3(x-2)=\frac{y}{4}$ $3\left(\frac{y}{12}+2-2\right)=\frac{y}{4}$ $\frac{y}{4}=\frac{y}{4}$ Se obtiene un identidad por tanto el sistema tiene infinitas soluciones. El conjunto solución es $S=\left\{\left(\frac{y}{12}+2,y\right),y\in R\right\}$.

2. Resolver los sistemas de ecuaciones por el método de suma y resta.

a) $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -3x = 4 - y \end{cases}$

A	Se expresa el sistema en la forma $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$.	$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -3x + y = 4 \end{cases}$
B	Se busca eliminar la variable x. Para hacerlo se calcula el mínimo común múltiplo de 2 y 3: El MCM de 2 y 3 es 6, entonces se debe multiplicar por 3 la primera ecuación y por 2 la segunda.	$\begin{cases} 6x - 9y = -15 \\ -6x + 2y = 8 \end{cases}$
C	Se suman las ecuaciones obtenidas.	$\begin{cases} 6x - 9y = -15 \\ -6x + 2y = 8 \end{cases}$ $0 - 7y = -7$
D	Se resuelve la ecuación obtenida.	$-7y = -7$ $y = 1$
E	Se sustituye el valor obtenido para y en la primera ecuación.	$2x - 3y = -5$ $2x - 3 \cdot 1 = -5$ $2x = -2$ $x = -1$
F	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \{(-1, 1)\}$

b) $\begin{cases} -2x + 9y = 2 \\ 6x - 3y = 2 \end{cases}$

A	Se busca eliminar la variable x. Para hacerlo se multiplica la primera ecuación por 3.	$\begin{cases} -6x + 27y = 6 \\ 6x - 3y = 2 \end{cases}$
B	Se suman las ecuaciones obtenidas.	$\begin{cases} -6x + 27y = 6 \\ 6x - 3y = 2 \end{cases}$ $\overline{\quad 0 + 24y = 8 \quad}$
C	Se resuelve la ecuación obtenida.	$24y = 8$ $y = \frac{1}{3}$
D	Se sustituye el valor obtenido para y en la primera ecuación.	$-6x + 27 \cdot \frac{1}{3} = 6$ $-6x + 9 = 6$ $-6x = -3$ $x = \frac{1}{2}$
E	Se escribe el conjunto solución.	El sistema tiene solución única. $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)\right\}$

c) $\begin{cases} 7y+3x=5 \\ 6x-10=-14y \end{cases}$

A	Se expresa el sistema en la forma $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases}$.	$\begin{cases} 3x+7y=5 \\ 6x+14y=10 \end{cases}$
B	Se busca eliminar la variable x. Para hacerlo se multiplica la primera ecuación por -2.	$\begin{cases} -6x-14y=-10 \\ 6x+14y=10 \end{cases}$
C	Se suman las ecuaciones obtenidas.	$\begin{cases} -6x-14y=-10 \\ 6x+14y=10 \end{cases}$ $0+0=0$ Se obtiene una identidad por tanto el sistema tiene infinitas soluciones. El conjunto solución es $S=\left\{\left(x,\dfrac{5-3x}{7}\right), x\in R\right\}$.