ECUACIONES CON RADICALES

Ejemplos

1. Resuelva la ecuación $\sqrt{5x+3}=2$.

Solución

Despejar el radical que contiene la incógnita.	$\sqrt{5x+3}=2$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{5x+3}\right)^2=2^2$ $5x+3=4$
Resolver la ecuación resultante.	$5x=4-3$ $5x=1$ $x=\frac{1}{5}$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{5x+3}=2$ Se sustituye x por $\frac{1}{5}$: $\sqrt{5\cdot\frac{1}{5}+3}=\sqrt{1+3}$ $=\sqrt{4}$ $=2$ $\frac{1}{5}$ sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\left\{\frac{1}{5}\right\}$

2. Resuelva la ecuación $1+\sqrt{2x-1}=5$.

Solución

Despejar el radical que contiene la incógnita.	$1+\sqrt{2x-1}=5$ $\sqrt{2x-1}=5-1$ $\sqrt{2x-1}=4$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{2x-1}\right)^2=4^2$ $2x-1=16$
Resolver la ecuación resultante.	$2x=16+1$ $2x=17$ $x=\frac{17}{2}$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $1+\sqrt{2x-1}=5$ Se sustituye x por $\frac{17}{2}$: $1+\sqrt{2\cdot\frac{17}{2}-1}=1+\sqrt{17-1}$ $=1+\sqrt{16}$ $=1+4$ $=5$ $\frac{17}{2}$ sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\left\{\frac{17}{2}\right\}$

3. Resuelva la ecuación $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x-1}=0$.

Solución

Como hay dos radicales y en ambos hay variables, para despejar es más sencillo tener uno en cada miembro.	$\sqrt{2x-3}-\sqrt{x-1}=0$ $\sqrt{2x-3}=\sqrt{x-1}$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{2x-3}\right)^2=\left(\sqrt{x-1}\right)^2$ $2x-3=x-1$
Resolver la ecuación resultante.	$2x-x=-1+3$ $x=2$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x-1}=0$ Se sustituye x por 2: $\sqrt{2\cdot 2-3}-\sqrt{2-1}=\sqrt{4-3}-\sqrt{1}$ $=\sqrt{1}-\sqrt{1}$ $=0$ 2 sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\{2\}$

4. Resuelva la ecuación $\sqrt{2x-6}+1=x-2$.

Solución

Despejar el radical que contiene la incógnita.	$\sqrt{2x-6}+1=x-2$ $\sqrt{2x-6}=x-3$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{2x-6}\right)^2=(x-3)^2$ $2x-6=x^2-6x+9$
Resolver la ecuación resultante.	$x^2-8x+15=0$ $x_1=\dfrac{8+\sqrt{(-8)^4-4\cdot 1\cdot 15}}{2}=5$ $x_2=\dfrac{8-\sqrt{(-8)^4-4\cdot 1\cdot 15}}{2}=3$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{2x-6}+1=x-2$ • Se sustituye x por 5 en los dos miembros de la ecuación: $\sqrt{2\cdot 5-6}+1=$ $\sqrt{10-6}+1=$ $2+1=3$ | $5-2=3$ 5 sí es solución. • Se sustituye x por 3 en los dos miembros de la ecuación: $\sqrt{2\cdot 3-6}+1=$ $\sqrt{6-6}+1=$ $0+1=1$ | $3-2=1$ 3 sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\{3,5\}$

5. Resuelva la ecuación $\sqrt{x+4}+\sqrt{2x-1}=6$.

Solución

Despejar uno de los radicales que contiene la incógnita.	$\sqrt{x+4}+\sqrt{2x-1}=6$ $\sqrt{2x-1}=6-\sqrt{x+4}$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{2x-1}\right)^2=\left(6-\sqrt{x+4}\right)^2$ $2x-1=36-12\sqrt{x+4}+\left(\sqrt{x+4}\right)^2$ $2x-1=36-12\sqrt{x+4}+x+4$ $x-1=40-12\sqrt{x+4}$
Despejar el término que contiene la incógnita.	$x-1=40-12\sqrt{x+4}$ $x-41=-12\sqrt{x+4}$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$(x-41)^2=\left(-12\sqrt{x+4}\right)^2$ $x^2-82x+1681=144(x+4)$ $x^2-82x+1681=144x+576$ $x^2-226x+1105=0$
Resolver la ecuación resultante.	$x_1=\dfrac{226+\sqrt{(-226)^2-4\cdot 1\cdot 1105}}{2}=221$ $x_2=\dfrac{226-\sqrt{(-226)^2-4\cdot 1\cdot 1105}}{2}=5$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{x+4}+\sqrt{2x-1}=6$ • Se sustituye x por 221: $\sqrt{221+4}+\sqrt{2\cdot 221-1}=15+21=36$ Como $36\neq 6$, 221 no es solución. • Se sustituye x por 5: $\sqrt{5+4}+\sqrt{2\cdot 5-1}=3+3=6$ 5 sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\{5\}$

Ejercicios

1. Resuelva las siguientes ecuaciones con radicales:

a) $\sqrt{8-x^2} = x$

b) $\sqrt{5x+4} - 1 - 2x = 0$

c) $\sqrt{2x-3} + 1 = x$

d) $\sqrt{x+2} + 2x - 1 = 4x$

e) $\sqrt{x} + \sqrt{x+4} = 2$

Soluciones

1. Resuelva las siguientes ecuaciones con radicales:

a) $\sqrt{8-x^2}=x$

Despejar el radical.	$\sqrt{8-x^2}=x$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{8-x^2}\right)^2=x^2$ $8-x^2=x^2$
Resolver la ecuación resultante.	$2x^2=8$ $x^2=4$ $x_1=2 \qquad x_2=-2$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{8-x^2}=x$ • Se sustituye x por 2: $\sqrt{8-2^2}=\sqrt{8-4}$ $=\sqrt{4}$ $=2$ 2 sí es solución. • Se sustituye x por -2: $\sqrt{8-(-2)^2}=\sqrt{8-4}$ $=\sqrt{4}$ $=2$ -2 sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\{3, 5\}$

b) $\sqrt{5x+4}-1-2x=0$

Despejar el radical.	$\sqrt{5x+4}-1-2x=0$ $\sqrt{5x+4}=1+2x$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{5x+4}\right)^2=(1+2x)^2$ $5x+4=1+4x+4x^2$
Resolver la ecuación resultante.	$4x^2-x-3=0$ $x_1=\dfrac{1+\sqrt{(-1)^2-4\cdot 4\cdot -3}}{8}=1$ $x_2=\dfrac{1-\sqrt{(-1)^2-4\cdot 4\cdot -3}}{8}=\dfrac{-3}{4}$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{5x+4}-1-2x=0$ • Se sustituye x por 1: $\sqrt{5\cdot 1+4}-1-2\cdot 1=\sqrt{9}-1-2=0$ 1 sí es solución. • Se sustituye x por $\dfrac{-3}{4}$: $\sqrt{5\cdot\dfrac{-3}{4}+4}-1-2\cdot\dfrac{-3}{4}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}-1-2$ $=\dfrac{1}{2}-1-2$ $=\dfrac{-5}{2}$ $\dfrac{-3}{4}$ no es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\{1\}$

c) $\sqrt{2x-3}+1=x$

Despejar el radical.	$\sqrt{2x-3}+1=x$ $\sqrt{2x-3}=x-1$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{2x-3}\right)^2=(x-1)^2$ $2x-3=x^2-2x+1$ $x^2-4x+4=0$
Resolver la ecuación resultante.	$x=\dfrac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2}=2$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{2x-3}+1=x$ Se sustituye x por 2: $\sqrt{2\cdot 2-3}+1=\sqrt{4-3}+1$ $=\sqrt{1}+1$ $=2$ 2 sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\{2\}$

d) $\sqrt{x+2}+2x-1=4x$

Despejar el radical.	$\sqrt{x+2}+2x-1=4x$ $\sqrt{x+2}=2x+1$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{x+2}\right)^2=(2x+1)^2$ $x+2=4x^2+4x+1$ $4x^2+3x-1=0$
Resolver la ecuación resultante.	$x_1=\frac{-3+\sqrt{3^2-4\cdot 4\cdot -1}}{8}=\frac{1}{4}$ $x_2=\frac{-3-\sqrt{3^2-4\cdot 4\cdot -1}}{8}=-1$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{x+2}+2x-1=4x$ • Se sustituye x por $\frac{1}{4}$ en los dos miembros de la ecuación: Primer miembro: $\sqrt{\frac{1}{4}+2}+2\cdot\frac{1}{4}-1=$ $\sqrt{\frac{9}{4}}-\frac{1}{2}=$ 1 Segundo miembro: $4\cdot\frac{1}{4}=1$ $\frac{1}{4}$ sí es solución. • Se sustituye x por -1 en los dos miembros de la ecuación: Primer miembro: $\sqrt{-1+2}+2\cdot -1-1=$ $\sqrt{1}-3=$ -2 Segundo miembro: $4\cdot -1=-4$ -1 no es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$

e) $\sqrt{x}+\sqrt{x+4}=2$

Despejar uno de los radicales.	$\sqrt{x}+\sqrt{x+4}=2$ $\sqrt{x}=2-\sqrt{x+4}$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{x}\right)^2=\left(2-\sqrt{x+4}\right)^2$ $x=4-4\sqrt{x+4}+\left(\sqrt{x+4}\right)^2$ $x=4-4\sqrt{x+4}+x+4$ $-8=-4\sqrt{x+4}$ $8=4\sqrt{x+4}$
Despejar el término radical.	$\sqrt{x+4}=2$
Elevar ambos miembros de la ecuación a la 2 y desarrollar las expresiones resultantes.	$\left(\sqrt{x+4}\right)^2=2^2$ $x+4=4$ $x=0$
Comprobar si los números obtenidos son solución de la ecuación original.	Ecuación original: $\sqrt{x}+\sqrt{x+4}=2$ Se sustituye x por 0: $\sqrt{0}+\sqrt{0+4}=0+\sqrt{4}$ $=2$ 0 sí es solución.
Indicar el conjunto solución.	$S=\{0\}$