CONCEPTO DE ECUACIÓN

Ejemplos

1. Clasifique la ecuación $x-3=2x-(4x-3)$.

Solución

$$x-3=2x-(4x-3)$$
$$x-3=2x-4x+3$$
$$x-3=-2x+3$$

La ecuación $x-3=2x-(4x-3)$ es una ecuación lineal con una incógnita.

2. Clasifique la ecuación $x(x-2)=x^2+x-3$.

Solución

$$x(x-2)=x^2+x-3$$
$$x^2-2x=x^2+x-3$$
$$-2x=x-3$$

La ecuación $x(x-2)=x^2+x-3$ es una ecuación lineal con una incógnita.

3. Clasifique la ecuación $(x-7)^2-2=5-x$.

Solución

$$(x-7)^2-2=5-x$$
$$x^2-14x+49-2=5-x$$
$$x^2-14x+47=5-x$$

La ecuación $(x-7)^2-2=5-x$ es una ecuación de segundo grado, o cuadrática, con una incógnita.

4. Determine cuáles de los números reales dados corresponden a soluciones de la ecuación $(x-1)^2 = x-1$.

$\boxed{-1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{2}$

Solución

Para determinar los números que corresponden a soluciones de la ecuación $(x-1)^2 = x-1$ se sustituye x por cada valor dado.

- Si $x = -1$, entonces:

$$\underbrace{(x-1)^2}_{(-1-1)^2 = (-2)^2 = 4} = \underbrace{x-1}_{-1-1=-2}$$

Como $4 \neq -2$, entonces $x = -1$ no es solución de $(x-1)^2 = x-1$.

- Si $x = 1$, entonces:

$$\underbrace{(x-1)^2}_{(1-1)^2 = 0^2 = 0} = \underbrace{x-1}_{1-1=0}$$

Como $0 = 0$, entonces $x = 0$ sí es solución de $(x-1)^2 = x-1$.

- Si $x = -2$, entonces:

$$\underbrace{(x-1)^2}_{(-2-1)^2 = (-3)^2 = 9} = \underbrace{x-1}_{-2-1=-3}$$

Como $9 \neq -3$, entonces $x = -2$ no es solución de $(x-1)^2 = x-1$.

- Si $x = 2$, entonces:

$$\underbrace{(x-1)^2}_{(2-1)^2 = 1^2 = 1} = \underbrace{x-1}_{2-1=1}$$

Como $1 = 1$, entonces $x = 2$ sí es solución de $(x-1)^2 = x-1$.

5. Determinar cuáles de los números reales corresponden a soluciones de la ecuación $\frac{2(2-x)}{3}+1=0$.

$\frac{-1}{6}$ $\frac{-1}{9}$ $\frac{7}{2}$ 3

Solución

Para determinar los números que corresponden a soluciones de la ecuación $\frac{2(2-x)}{3}+1=0$ se sustituye x por cada valor dado.

- Si $x=\frac{-1}{6}$, entonces:

$$\frac{2(2-x)}{3}+1=0$$

$$\frac{2\left(2-\frac{-1}{6}\right)}{3}+1=\frac{2\cdot\frac{13}{6}}{3}+1=\frac{22}{9}$$

Como $\frac{22}{9}\neq 0$, entonces $x=\frac{-1}{6}$ no es solución de $\frac{2(2-x)}{3}+1=0$.

- Si $x=\frac{-1}{9}$, entonces:

$$\frac{2(2-x)}{3}+1=0$$

$$\frac{2\left(2-\frac{-1}{9}\right)}{3}+1=\frac{2\cdot\frac{19}{9}}{3}+1=\frac{65}{27}$$

Como $\frac{65}{27}\neq 0$, entonces $x=\frac{-1}{9}$ no es solución de $\frac{2(2-x)}{3}+1=0$.

- Si $x = \frac{7}{2}$, entonces:

$$\frac{2(2-x)}{3} + 1 = 0$$

$$\frac{2\left(2-\frac{7}{2}\right)}{3} + 1 = \frac{2 \cdot \frac{-3}{2}}{3} + 1 = 0$$

Como $0 = 0$, entonces $x = \frac{7}{2}$ sí es solución de $\frac{2(2-x)}{3} + 1 = 0$.

- Si $x = 3$, entonces:

$$\frac{2(2-x)}{3} + 1 = 0$$

$$\frac{2(2-3)}{3} + 1 = \frac{2 \cdot -1}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

Como $\frac{1}{3} \neq 0$, entonces $x = 3$ no es solución de $\frac{2(2-x)}{3} + 1 = 0$.

Ejercicios

1. Clasificar las ecuaciones según su grado y número de incógnitas:

a) $2 - x(x-3) = x - 4$

b) $5(x-1)(x+1) = 2 - x^2$

c) $x(x-1) = (x-1)(x+1)^2$

2. Determinar cuáles de los números dados son soluciones de la ecuación.

a) Ecuación: $1 - x\left(1 - \frac{x}{2}\right) = 1 - x$

Posibles soluciones: $\boxed{0}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{2}$

b) Ecuación: $\frac{2x-3}{4} - 1 = 1 - \frac{4x+1}{3}$

Posibles soluciones: $\boxed{\frac{13}{10}}$ $\boxed{\frac{29}{22}}$ $\boxed{\frac{-29}{10}}$

c) Ecuación: $x(x-2) + 1 = 2 - x^2$

Posibles soluciones: $\boxed{\frac{-1}{2}}$ $\boxed{\frac{1-\sqrt{3}}{2}}$ $\boxed{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}$

Soluciones

1. Clasificar cada ecuación según su grado y número de incógnitas.

a) $2 - x(x-3) = x - 4$

$$2 - x(x-3) = x - 4$$
$$2 - x^2 + 3x = x - 4$$

La ecuación $2 - x(x-3) = x - 4$ es una ecuación de segundo grado o cuadrática con una incógnita.

b) $5(x-1)(x+1) = 2 - x^2$

$$5(x-1)(x+1) = 2 - x^2$$
$$5(x^2 - 1) = 2 - x^2$$
$$5x^2 - 5 = 2 - x^2$$

La ecuación $5(x-1)(x+1) = 2 - x^2$ es una ecuación de segundo grado o cuadrática con una incógnita.

c) $x(x-1) = (x-1)(x+1)^2$

$$x(x-1) = (x-1)(x+1)^2$$
$$x^2 - 1 = (x-1)(x^2 + 2x + 1)$$
$$x^2 - 1 = x^3 + 2x^2 + x - x^2 - 2x - 1$$
$$x^2 - 1 = x^3 + x^2 - x - 1$$

La ecuación $x(x-1) = (x-1)(x+1)^2$ es una ecuación de tercer grado con una incógnita.

2. Determinar cuáles de los números dados son soluciones de la ecuación.

a) Ecuación: $1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)=1-x$

Posibles soluciones: $\boxed{0}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{2}$

Para determinar cuáles de los números dados corresponden a soluciones de la ecuación $1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)=1-x$ se sustituye x por cada valor dado.

- Si $x=0$, entonces:

$$\underbrace{1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)}_{1-0\left(1-\frac{0}{2}\right)=1-0=1}=\underbrace{1-x}_{1-0=1}$$

Como $1=1$ entonces $x=0$ sí es solución de $1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)=1-x$.

- Si $x=-2$, entonces:

$$\underbrace{1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)}_{1--2\left(1-\frac{-2}{2}\right)=5}=\underbrace{1-x}_{1--2=3}$$

Como $5\neq 3$, entonces $x=-2$ no es solución de $1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)=1-x$.

- Si $x=2$, entonces:

$$\underbrace{1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)}_{1-2\left(1-\frac{2}{2}\right)=1}=\underbrace{1-x}_{1-2=-1}$$

Como $1\neq -1$, entonces $x=-2$ no es solución de $1-x\left(1-\frac{x}{2}\right)=1-x$.

b) Ecuación: $\frac{2x-3}{4}-1=1-\frac{4x+1}{3}$

Posibles soluciones: $\boxed{\frac{13}{10}}$ $\boxed{\frac{29}{22}}$ $\boxed{\frac{-29}{10}}$

Para determinar cuáles de los números dados corresponden a soluciones de la ecuación $\frac{2x-3}{4}-1=1-\frac{4x+1}{3}$ se sustituye x por cada valor dado.

- Si $x=\frac{13}{10}$, entonces:

$$\underbrace{\frac{2x-3}{4}-1}=\underbrace{1-\frac{4x+1}{3}}$$

$$\frac{2\cdot\frac{13}{10}-3}{4}-1=\frac{-1}{10}-1=\frac{-11}{10}$$

$$1-\frac{4\cdot\frac{13}{10}+1}{3}=1-\frac{31}{15}=\frac{-16}{15}$$

Como $\frac{-11}{10}\neq\frac{-16}{15}$, entonces $x=\frac{13}{10}$ no es solución de la ecuación $\frac{2x-3}{4}-1=1-\frac{4x+1}{3}$.

- Si $x = \dfrac{29}{22}$, entonces:

$$\frac{2x-3}{4} - 1 = 1 - \frac{4x+1}{3}$$

$$\frac{2\cdot\frac{29}{22}-3}{4} - 1 = \frac{-1}{11} - 1 = \frac{-12}{11}$$

$$1 - \frac{4\cdot\frac{29}{22}+1}{3} = 1 - \frac{23}{11} = \frac{-12}{11}$$

Como $\dfrac{-12}{11} = \dfrac{-12}{11}$, entonces $x = \dfrac{29}{22}$ sí es solución de la ecuación $\dfrac{2x-3}{4} - 1 = 1 - \dfrac{4x+1}{3}$.

- Si $x = \dfrac{-29}{10}$, entonces:

$$\frac{2x-3}{4} - 1 = 1 - \frac{4x+1}{3}$$

$$\frac{2\cdot\frac{-29}{10}-3}{4} - 1 = \frac{-11}{5} - 1 = \frac{-16}{5}$$

$$1 - \frac{4\cdot\frac{-29}{10}+1}{3} = 1 - \frac{-53}{15} = \frac{68}{15}$$

Como $\dfrac{-16}{5} \neq \dfrac{68}{15}$, entonces $x = \dfrac{-29}{10}$ no es solución de la ecuación $\dfrac{2x-3}{4} - 1 = 1 - \dfrac{4x+1}{3}$.

c) Ecuación: $x(x-2)+1=2-x^2$

Posibles soluciones: $\boxed{\dfrac{-1}{2}}$ $\boxed{\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}}$ $\boxed{\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}}$

Para determinar cuáles de los números dados corresponden a soluciones de la ecuación $x(x-2)+1=2-x^2$ se sustituye x por cada valor dado.

- Si $x=\dfrac{-1}{2}$, entonces:

$$\underbrace{x(x-2)+1}=\underbrace{2-x^2}$$

$$\frac{-1}{2}\left(\frac{-1}{2}-2\right)+1=\frac{-1}{2}\cdot\frac{-5}{2}+1$$
$$=\frac{9}{4}$$

$$2-x^2=2-\left(\frac{-1}{2}\right)^2$$
$$=2-\frac{1}{4}$$
$$=\frac{7}{4}$$

Como $\dfrac{9}{4}\neq\dfrac{7}{4}$, entonces $x=\dfrac{-1}{2}$ no es solución de la ecuación $x(x-2)+1=2-x^2$.

- Si $x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$, entonces:

$$\underbrace{x(x-2)+1}=\underbrace{2-x^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{1-\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}-2\right)+1&=\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)+1\\&=\frac{1-2\sqrt{3}+3}{4}-\left(1-\sqrt{3}\right)+1\\&=\frac{4-2\sqrt{3}}{4}-1+\sqrt{3}+1\\&=1-\frac{\sqrt{3}}{2}-1+\sqrt{3}+1\\&=1+\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2-\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^2&=2-\left(\frac{1-2\sqrt{3}+3}{4}\right)\\&=2-\left(\frac{4-2\sqrt{3}}{4}\right)\\&=2-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\&=2-1+\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=1+\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

Como $1+\frac{\sqrt{3}}{2}=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$, entonces $x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ sí es solución de $x(x-2)+1=2-x^2$.

- Si $x = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$, entonces:

$$\underbrace{x(x-2)+1}=\underbrace{2-x^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{1+\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}-2\right)+1&=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)+1\\&=\frac{1+2\sqrt{3}+3}{4}-\left(1+\sqrt{3}\right)+1\\&=\frac{4+2\sqrt{3}}{4}-1-\sqrt{3}+1\\&=1+\frac{\sqrt{3}}{2}-1-\sqrt{3}+1\\&=1-\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2-\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)^2&=2-\left(\frac{1+2\sqrt{3}+3}{4}\right)\\&=2-\left(\frac{4+2\sqrt{3}}{4}\right)\\&=2-\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\&=2-1-\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=1-\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

Como $1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, entonces $x=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ sí es solución de $x(x-2)+1=2-x^2$.